

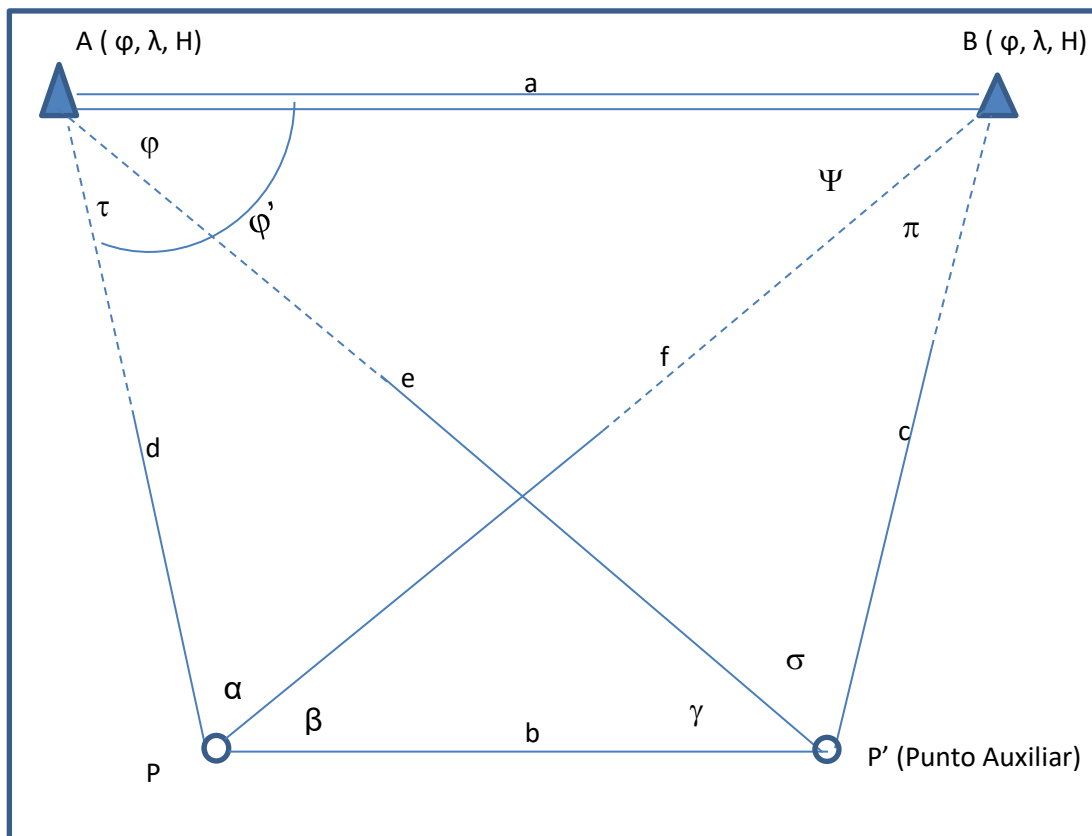
Determinación de posiciones geográficas de un punto mediante visuales a dos vértices con coordenadas

La solución a este problema se encuentra al resolver el método denominado “**Problema de Hansen**”. El cual consiste en encontrar la posición de un punto en el terreno mediante la observación de ángulos desde un punto cualquiera, en dirección a dos vértices que ya tienen coordenadas.

La solución en terreno consiste en elegir otro punto, denominado auxiliar, desde el cual también se tenga una amplia visual hacia los vértices coordenados que se van a medir, la distancia de este punto auxiliar al punto a determinar no debe ser corta para que no se generen ángulos agudos, para que posteriormente al calcular no se produzcan valores poco confiables.

Determinado el punto a medir y el punto auxiliar, se procede a realizar la medición angular desde estos dos puntos a los vértices con coordenadas elegidos. La figura muestra el proceso a realizar en terreno.

Figura de Terreno



Consideraremos como polo de giro el punto P:

$$\frac{d}{f} * \frac{f}{b} * \frac{b}{d} = 1$$

Los ángulos medidos en terreno son: α , β , γ , σ

Utilizando el teorema del seno y remplazando en los triángulos:

$$\frac{d}{\text{seno } \Psi} = \frac{f}{\text{seno } \varphi'} , \text{ por lo tanto, } \frac{d}{f} = \frac{\text{seno } \Psi}{\text{seno } \varphi'}$$

$$\frac{f}{\text{seno } (\gamma + \sigma)} = \frac{b}{\text{seno } \pi} , \text{ por lo tanto, } \frac{f}{b} = \frac{\text{seno } (\gamma + \sigma)}{\text{seno } \pi}$$

$$\frac{b}{\text{seno } \tau} = \frac{d}{\text{seno } \gamma} , \text{ por lo tanto, } \frac{b}{d} = \frac{\text{seno } \tau}{\text{seno } \gamma}$$

$$\varphi' = 180 - (\alpha + \Psi), \text{ luego , } \text{seno } \varphi' = \text{seno } [180 - (\alpha + \Psi)] = \text{seno } (\alpha + \Psi)$$

$$\text{Sen } \pi = [180 - (\beta + \gamma + \sigma)], \text{ seno } \pi = \text{seno } (\beta + \gamma + \sigma)$$

$$\text{Sen } \tau = \text{seno } (\alpha + \beta + \gamma)$$

$$\frac{\text{seno } \Psi}{\text{seno } \varphi'} * \frac{\text{seno } (\gamma + \sigma)}{\text{seno } \pi} * \frac{\text{seno } \tau}{\text{seno } \gamma} = 1$$

$$\frac{\text{seno } \Psi}{\text{seno } (\alpha + \Psi)} * \frac{\text{seno } (\gamma + \sigma)}{\text{seno } (\beta + \gamma + \sigma)} * \frac{\text{seno } (\alpha + \beta + \gamma)}{\text{seno } \gamma} = 1$$

Problema Topográfico de Hansen: Ingeniero Matías Saavedra A.

$$\frac{\text{seno}(\gamma + \sigma)}{\text{seno}(\beta + \gamma + \sigma)} * \frac{\text{seno}(\alpha + \beta + \gamma)}{\text{seno } \gamma} = \frac{\text{seno}(\alpha + \Psi)}{\text{seno } \Psi}$$

$$\frac{\text{seno}(\gamma + \sigma)}{\text{seno}(\beta + \gamma + \sigma)} * \frac{\text{seno}(\alpha + \beta + \gamma)}{\text{seno } \gamma} = \frac{\text{seno } \alpha \text{ coseno } \Psi + \text{coseno } \alpha \text{ seno } \Psi}{\text{seno } \Psi}$$

$$\frac{\text{seno}(\gamma + \sigma)}{\text{seno}(\beta + \gamma + \sigma)} * \frac{\text{seno}(\alpha + \beta + \gamma)}{\text{seno } \gamma} = \text{sen } \alpha * \text{Cotg } \Psi + \text{cos } \alpha$$

$$\frac{\text{sen}(\gamma + \sigma)}{\text{seno}(\beta + \gamma + \sigma)} * \frac{\text{sen}(\alpha + \beta + \gamma)}{\text{seno } \gamma} = \text{sen } \alpha * \text{Cotg } \Psi + \text{cos } \alpha / \frac{1}{\text{sen } \alpha}$$

$$\frac{\text{sen}(\gamma + \sigma)}{\text{seno}(\beta + \gamma + \sigma)} * \frac{\text{sen}(\alpha + \beta + \gamma)}{\text{seno } \gamma} * \frac{1}{\text{sen } \alpha} = \text{Cotg } \Psi + \text{cotg } \alpha$$

$$\frac{\text{sen}(\gamma + \sigma)}{\text{seno}(\beta + \gamma + \sigma)} * \frac{\text{sen}(\alpha + \beta + \gamma)}{\text{seno } \gamma} * \frac{1}{\text{sen } \alpha} - \text{cotg } \alpha = \text{Cotg } \Psi$$

El problema se encuentra resuelto, y es posible determinar los demás ángulos de la figura, con esto es posible poder calcular las posiciones geográficas y cota del punto P y del punto Auxiliar.

Ejercicio

Calcular las posiciones geográficas de los puntos VI-1 y VI-2, considerando los puntos Loma Sol y Loma Salvadora como puntos coordenados.

Tabla con mediciones de ángulos horizontales:

| ESTACIÓN | PUNTO OBSERVADO | ANGULO HORIZONTAL |
|----------|------------------|-------------------|
| VI-1 | VI | 00° 00' 00" |
| | Loma Sol | 64° 50' 41",6 |
| | Loma Salvadora | 115° 49' 56",1 |
| | VI-2 | 180° 01' 09", 3 |
| | | |
| VI-2 | VI-1 | 00° 00' 00" |
| | Loma Sol | 50° 58' 35",8 |
| | Loma Salvadora | 86° 09' 59",6 |
| | Loma Anatatocoña | 122° 58' 02",4 |

Tabla con coordenadas Geográficas de los vértices a medir

| Estación | Latitud | Longitud |
|--------------------|------------------|------------------|
| Loma Sol (A) | - 17° 31' 43",96 | - 69° 26' 37",97 |
| Loma Salvadora (B) | - 17° 32' 49",81 | - 69° 27' 11",58 |

Sistema Geodésico: PSAD-56 La Canoa

Elipsoide: Internacional de 1924; $a= 6.378.388$ $f= 1/297$

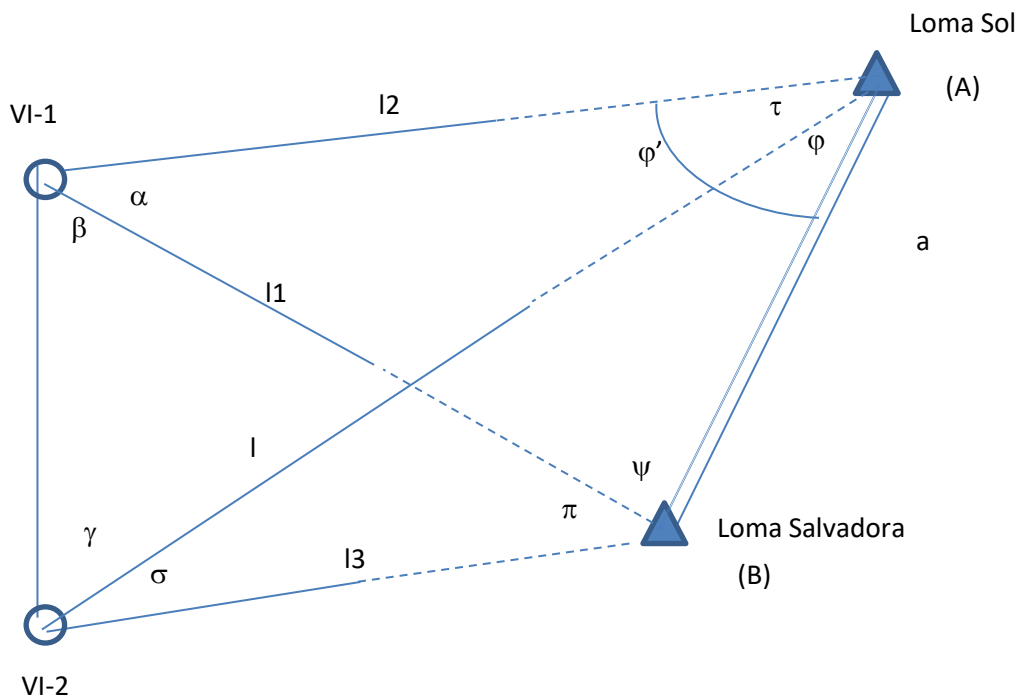
El cálculo de acimut y distancia se realiza por medio del “Problema Inverso”, al disponer de las coordenadas de las estaciones a medir

Acimut de Loma Sol a Loma salvadora = $26^{\circ} 05' 17",90$

Acimut Loma Salvadora a Loma Sol = $206^{\circ} 05' 28",03$

Distancia geodésica entre Loma Sol y Loma Salvadora = 2.254,15 metros

Gráfico de medición



Medición de Ángulos Horizontales

| Estación | Angulo |
|----------|---------------|
| α | 50° 59' 14",5 |
| β | 64° 11' 13",2 |
| γ | 50° 58' 35",8 |
| σ | 35° 11' 23",8 |

Cálculos

| Estación | Ángulo |
|----------|----------------|
| β | 64° 11' 13",2 |
| γ | 50° 58' 35",8 |
| σ | 35° 11' 23",8 |
| Suma | 150° 21' 12",8 |

| |
|-----------------------|
| 179° 59' 60" |
| - 150° 21' 12",8 |
| $\pi = 29° 38' 47",2$ |

| Estación | Ángulo |
|----------|----------------|
| β | 64° 11' 13",2 |
| γ | 50° 58' 35",8 |
| α | 50° 59' 14",5 |
| Suma | 166° 09' 03",5 |

| |
|------------------------|
| 179° 59' 60" |
| - 166° 09' 03",5 |
| $\tau = 13° 50' 56",5$ |

| Estación | Ángulo |
|----------|---------------|
| σ | 35° 11' 23",8 |
| γ | 50° 58' 35",8 |
| Suma | 86° 09' 59",6 |

Calculo del ángulo ψ

$$\frac{\text{sen}(\gamma + \sigma)}{\text{seno}(\beta + \gamma + \sigma)} * \frac{\text{sen}(\alpha + \beta + \gamma)}{\text{seno } \gamma} * \frac{1}{\text{sen } \alpha} - \text{cotg } \alpha = \text{Cotg } \Psi$$

$$\psi = 90° 35' 24",6$$

$$\varphi = 180° - (\psi + \pi + \sigma)$$

$$\varphi = 179° 59' 60" - 155° 25' 35",6$$

$$\varphi = 24° 34' 24",4$$

CIERRE DE TRIANGULOS

| Estación | Angulo |
|-----------|---------------|
| π | 29° 38' 47",2 |
| ψ | 90° 35' 24",6 |
| φ | 24° 34' 24",4 |
| σ | 35° 11' 23",8 |
| Suma | 180° 00' 00" |

| Estación | Angulo |
|----------|---------------|
| τ | 13° 50' 56",5 |
| ψ | 90° 35' 24",6 |
| ϕ | 24° 34' 24",4 |
| α | 50° 59' 14",5 |
| Suma | 180° 00' 00" |

| Estación | Angulo |
|----------|---------------|
| β | 64° 11' 13",2 |
| γ | 50° 58' 35",8 |
| σ | 35° 11' 23",8 |
| π | 29° 38' 47",2 |
| Suma | 180° 00' 00" |

CALCULO DE DISTANCIAS

(Teorema del seno)

$$\frac{l}{\text{seno } (\pi + \psi)} = \frac{a}{\text{seno } \sigma}$$

$$l = a * \frac{\text{seno } (\pi + \psi)}{\text{seno } \sigma}$$

$$\frac{l3}{\text{seno } \varphi} = \frac{a}{\text{seno } \sigma}$$

$$l3 = a * \frac{\text{seno } \varphi}{\text{seno } \sigma}$$

$$\frac{l1}{\text{seno } (\varphi + \tau)} = \frac{a}{\text{seno } \alpha}$$

$$l1 = a * \frac{\text{seno } (\varphi + \tau)}{\text{seno } \alpha}$$

$$\frac{l2}{\text{seno } \psi} = \frac{a}{\text{seno } \alpha}$$

$$l2 = a * \frac{\text{seno } \psi}{\text{seno } \alpha}$$

Tabla de Distancias

| Distancia | Longitud (metros) |
|-----------|-------------------|
| I | 3.379,33 |
| l1 | 1.802,88 |
| l2 | 2.900,90 |
| l3 | 1.626,62 |

TABLA DE ACIMUT

| LINEA | ANGULO ACIMUTAL |
|----------|-----------------|
| B → VI-2 | 85° 51' 16",23 |
| B → VI-1 | 115° 30' 03",43 |
| A → VI-2 | 50° 39' 42",30 |
| A → VI-1 | 64° 30' 38",80 |

CALCULO DE COORDENADAS GEOGRÁFICAS

TRASLADO DE COORDENADAS

A a VI-2

Acimut = $50^{\circ} 39' 42'',30$

Distancia (l) = 3.379,33 metros

Latitud de A = $- 17^{\circ} 31' 43'',96$

Longitud de A = $- 69^{\circ} 26' 37'',97$

Valor calculado de la Latitud de VI-2 = $-17^{\circ} 32' 53'',63$

Valor calculado de la Longitud de VI-2 = $- 69^{\circ} 28' 06'',59$

A a VI-1

Acimut = $64^{\circ} 30' 38'',80$

Distancia (l2) = 2.900,90 metros

Latitud de A = $- 17^{\circ} 31' 43'',96$

Longitud de A = $- 69^{\circ} 26' 37'',97$

Valor calculado de la Latitud de VI-1 = $- 17^{\circ} 32' 24'',56$

Valor calculado de la Longitud de VI-1 = $- 69^{\circ} 28' 06'',75$

B a VI-2

Acimut = $85^{\circ} 51' 16'',23$

Distancia (l3) = 1.626,62 metros

Latitud de B = $- 17^{\circ} 32' 49'',81$

Longitud de B = $- 69^{\circ} 27' 11'',58$

Problema Topográfico de Hansen: Ingeniero Matías Saavedra A.

Valor calculado de la Latitud de VI-2 = - 17° 32' 53",63

Valor calculado de la Longitud de VI-2 = - 69° 28' 06",59

B a VI-1

Acimut = 115° 30' 03",43

Distancia (I1) = 1.802,88 metros

Latitud de B = - 17° 32' 49",81

Longitud de B = - 69° 27' 11",58

Valor calculado de la Latitud de VI-1 = - 17° 32' 24",56

Valor calculado de la Longitud de VI-1 = - 69° 28' 08",75

Los valores calculados para VI-1 y VI-2, tanto desde el punto Loma Sol (A) como del punto Loma Salvadora (B) son idénticos, por lo tanto, se cumple la condición de no pueden existir variaciones en los valores calculados, considerando que en este tipo de procedimiento los cierres angulares de los triángulos se han forzado, al ser deducidos sus ángulos de valores calculados y no medidos directamente en terreno en su totalidad.

Tabla con valores de coordenadas geográficas de los puntos

| Estación | Latitud | Longitud |
|--------------------|------------------|------------------|
| Loma Sol (A) | - 17° 31' 43",96 | - 69° 26' 37",97 |
| Loma Salvadora (B) | - 17° 32' 49",81 | - 69° 27' 11",58 |
| VI-1 | - 17° 32' 24",56 | - 69° 28' 08",75 |
| VI-2 | - 17° 32' 53",63 | - 69° 28' 06",59 |