

APUNTES DE TOPOGRAFIA



MATIAS SAAVEDRA ACHURRA

Ingeniero Civil industrial
Ingeniero ejecución en Geomensura

INDICE

I. Introducción a la Topografía	4
I.1. Definiciones	4
I.2. Objetivo de la Topografía	5
I.3. Áreas de Aplicación	5
I.4. Tipos de instrumentos Topográficos	6
I.5. Unidades y Medidas	7
Ejercicios	8
I.6. Superficies	10
I.7. Volúmenes	17
I.8. Funciones Trigonométricas	22
Ejercicios	24
I.9. Unidades Angulares	27
I.10. La Escala	30
Ejercicios	31
II. Teoría de Errores	33
III. Mediciones	41
III.1. Medición con Cinta	41
III.1.1. Medición con cinta en terrenos horizontales	42
III.1.2. Medición con cinta en terrenos con desnivel	42
III.1.3. Medición con cinta de distancias inclinadas	43
III.2. Medición de distancias de precisión con cinta	45
III.3. Levantamiento Topográfico con cinta	50
III.3.1 Medición de ángulos con cinta	50
III.3.2. Medición de perpendiculares con cinta	50
III.3.3. Límites irregulares	51
IV. Dibujo por coordenadas de una Poligonal	52
V. Magnetismo Terrestre	55

V.1. Inclinación Magnética	56
V.2 Declinación Magnética	57
V.3. Variación de la Declinación Magnética	58
V.4. Rumbo Magnético	58
V.5. Angulo de Deflexión	59
V.6. Acimut Magnético	60
V.7. Cálculo de una poligonal mediante rumbos	64
Ejercicios	69
VI. Medición de ángulos y Distancias	72
VI.1. Taquimetría	72
Cálculo de una poligonal taquimétrica	74
VI.2. Medición expeditiva con un taquímetro o teodolito	81
VI.2.1. Método del Pothnot	81
VI.2.2. Método de Hansen	90
VI.2.3. medición de una señal excéntrica	96
VII. Medición de distancias electrónicas	105
Ejercicio de aplicación	114
VIII. Nivelación geométrica	120
VIII.1. Procedimiento de Nivelación	123
VIII.2 Definiciones	125
VIII.3 Condiciones de Operación del Nivel	127
VIII.4 Levantamiento de Perfiles	135
VIII.4.1 Perfiles Longitudinales	135
VIII.5 Cálculo de Rasante	138
VIII.6 Cálculo de Volumen	140
IX. Bibliografía	143

I.- INTRODUCCION A LA TOPOGRAFIA

I.1.-DEFINICIONES

La topografía es la técnica que permite medir extensiones del territorio y tomar los datos de esta medición para elaborar los planos a una escala determinada que permita representarla en su forma tanto en lo que respecta a su planimetría como en la altimetría. Los trabajos de ingeniería como de otras disciplinas requieren de esta información principalmente en la parte de diseño de una obra o investigación. Algunos autores definen a la topografía con algunos matices pero en su esencia es de forma similar a lo ya expresado. Se transcriben algunas definiciones:

“La topografía es el arte de determinar distancias, diferencias de elevación, direcciones, ángulos, áreas y volúmenes sobre la superficie de la tierra. Comprende el trabajo de campo de medir y el de gabinete de calcular y dibujar”¹.

“Es la ciencia que estudia los instrumentos y el conjunto de principios y procedimientos para representar gráficamente, con sus formas y detalles, tanto naturales como artificiales, una parte de la superficie de la terrestre lo suficientemente pequeña para que pueda considerarse sin error considerable, dicha superficie como un plano “²

“La Topografía tiene por objeto medir extensiones de tierra, tomando los datos necesarios para poder representar sobre un plano, a escala, su forma y accidentes”³

“Bajo la denominación de Levantamiento Topográfico se engloba toda una metodología tendiente a plasmar en un documento gráfico la localización geográfica de un cierto territorio o de una determinada extensión de terreno. Esa metodología comprende todas las operaciones topográficas, hasta ahora descritas, de intersección, nivelación, poligonación y taquimetría; las cuales permiten enlazar con la red geodésica y con la nivelación de precisión,

previamente establecidas, su densificación y la representación de los detalles: planimétricos y altimétricos más significativos de la zona estudiada.”⁴

I.2.- OBJETIVO DE LA TOPOGRAFÍA

Los trabajos Topográficos tienen por objetivo:

Determinar la forma y| dimensión del terreno para ser utilizados diversas áreas de la ingeniería; tales como la minería, construcción, agricultura, prospección, medio ambiente, entre otros.

I.3.- AREAS DE APLICACIÓN DE LA TOPOGRAFIA

- Trazado de una carretera
- Replanteo de un ferrocarril
- Apertura de un túnel
- Construcción de puentes
- Trazado de un oleoducto
- Trazado de redes de agua potable, alcantarillado
- Defensas fluviales
- Construcción de canales de regadío
- Construcción de represas
- Subdivisión de terrenos urbanos y agrícolas
- Trabajos de urbanismo
- Montaje de maquinaria de precisión
- Control de deformación de materiales
- Evaluación de recursos naturales
- Propiedades mineras
- Explotación minera
- Sistemas de regadío
- Construcción de puertos

- Construcción de aeropuertos
- Calculo de superficies y volúmenes
- etc.

1.4. TIPOS DE INSTRUMENTOS TOPOGRAFICOS

- Taquímetros.
- Teodolitos.
- Brújulas
- Telémetros
- Planchetas ópticas y digitales
- Cintas metálicas
- Heliotropos.
- Altimetros.
- Equipos de ampliación de base
- Niveles de diversas precisiones
- Equipos de medición electrónica de distancias
- Estaciones Totales
- Georreceptores satelitales navegadores
- Georreceptores satelitales de Simple Frecuencia
- Georreceptores satelitales de Doble Frecuencia

I.5.- UNIDADES Y MEDIDAS**LONGITUD**

1 PIE = 12 PULGADAS

3 PIE = 1 YARDA

1 VARA = 16 ½ PIES = 5 ½ YARDAS

1 MILLA = 63.360 PULGADAS = 5.280 PIES = 1.760 YARDAS

1 METRO = 100 CENTIMETROS = 1.000 MILIMETROS

1 METRO = 10 DECIMETROS

1 KILOMETRO = 1.000 METROS = 100 DECAMETROS

1 KILOMETRO = 0,62137 MILLAS = 1.093 YARDAS

1 KILOMETRO = 3.280,83 PIES

1 PULGADA = 2,54001 CENTIMETROS

1 PIE = 30,48006 CENTIMETROS

1 YARDA = 91,4402 CENTIMETROS

1 CENTIMETRO = 0,032808 PIE

1 MILLA TERRESTRE = 1,60935 KILOMETROS

1 MILLA NAUTICA = 1,852 KILÓMETROS

1 METRO = 39,37

1 PULGADAS = 3,28083 pies

EJERCICIOS

1.- TRANSFORMAR LAS SIGUIENTES LONGITUDES

- a) 1,5 metros a pulgadas
- b) 1,8 metros a pies
- c) 3,27 metros a centímetros
- d) 2,46 millas a metros
- e) 37 pulgadas a metros
- f) 8 pies a metros

DESARROLLO

- a) 1,5 metros a pulgadas

1 metro = 39,37 pulgadas; podemos aplicar la regla de tres simple para la resolución del problema:

$\begin{array}{l} 1 \text{ metro} \text{-----} \rightarrow 39,37 \text{ pulgadas} \\ 1,5 \text{ metros} \text{-----} \rightarrow x \text{ pulgadas} \end{array}$
--

$1,5 \text{ metros} * 39,37 \text{ pulgadas} = 1 \text{ metro} * x$; despejando la incognita x tendremos:

$$x = 1,5 \text{ metros} * 39,37 \text{ pulgadas} / 1 \text{ metro}$$

$$x = 5,85 \text{ pulgadas}$$

- a) 1,8 metros a pies

1 metro = 3,28083 pies; al igual que el caso anterior podemos aplicar la regla de tres simple

$\begin{array}{l} 1,0 \text{ metro} \text{-----} \rightarrow 3,28083 \text{ pies} \\ 1,8 \text{ metros} \text{-----} \rightarrow x \text{ pies} \end{array}$
--

$$1,8 \text{ metros} * 3,28083 \text{ pies} = 1 \text{ metro} * x$$

$$x = 1,8 \text{ metros} * 3,28083 \text{ pies} / 1 \text{ metro}$$

$$x = 5,905 \text{ pies}$$

c) 3,27 metros a centímetros

$$1 \text{ metros} = 100 \text{ centímetros}$$

$$1 \text{ metro} \text{-----} \rightarrow 100 \text{ centímetros}$$

$$3,27 \text{ metros} \text{-----} \rightarrow x \text{ centímetros}$$

$$x = 3,27 \text{ metros} * 100 \text{ centímetros} / 1 \text{ metro}$$

$$x = 327 \text{ centímetros}$$

d) 2,46 millas a metros

$$1 \text{ milla} = 1,60935 \text{ kilómetros}$$

$$1 \text{ milla} = 1.609,35 \text{ metros}$$

Luego tendremos que:

$$2,46 \text{ millas} * 1.609,35 \text{ metros} = x$$

$$x = 3.959,001 \text{ metros}$$

e) 37 pulgadas a metros

1 metro = 39,37 pulgadas; aplicando la regla de tres simple tendremos:

$$1 \text{ metro} \text{-----} \rightarrow 39,37 \text{ pulgadas}$$

$$x \text{ -----} \rightarrow 37 \text{ pulgadas}$$

$$1 \text{ metro} * 37 \text{ pulgadas} = 39,37 \text{ pulgadas} * x$$

$$x = 1 \text{ metro} * 37 \text{ pulgadas} / 39,37 \text{ pulgadas}$$

$$x = 0,94 \text{ metros}$$

f) 8 pies a metros

1 pie = 30,48006 centímetros; luego

1 pie = 0,3048006 metros

$$x = 8 \text{ pies} * 0,3048006$$

$$x = 2,438 \text{ metros}$$

I.6.- SUPERFICIES

1 PIE CUADRADO = 144 PULGADAS CUADRADAS

1 YARDA CUADRADA = 9 PIES CUADRADOS

1 HECTAREA = 10.000 METROS CUADRADOS

1 KILOMETRO CUADRADO = 1.000.000 METROS CUADRADOS

1 MILLA CUADRADA = 2.589.998 METROS CUADRADOS

1 METRO CUADRADO = 1549,97 PULGADAS CUADRADAS

EJERCICIOS

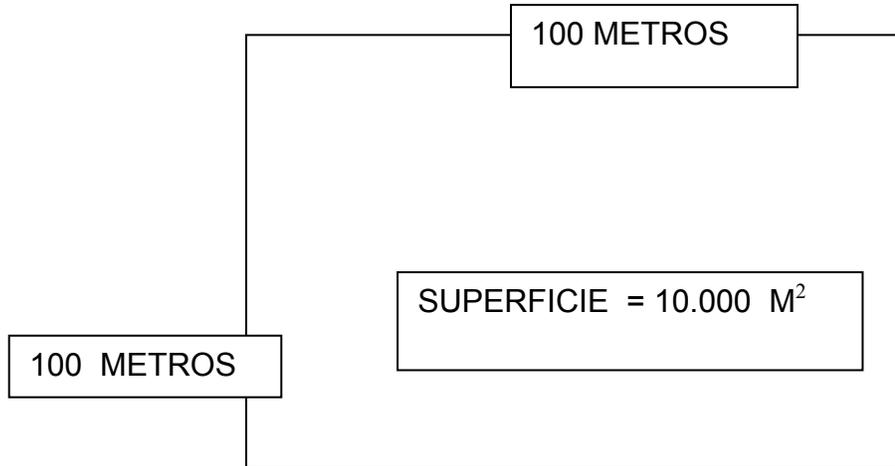
a) CALCULE CUANTOS METROS CUADRADOS TIENE UNA HECTAREA.

SOLUCION:

UNA HECTAREA TIENE UNA SUPERFICIE DE 100 METROS POR 100 METROS

1 HECTAREA = 100 METROS * 100 METROS

1 HECTAREA = 10.000 METROS CUADRADOS



b) CALCULE CUANTAS HECTAREAS SON UN KILOMETRO CUADRADO

SOLUCION:

1 KILOMETRO = 1.000 METROS

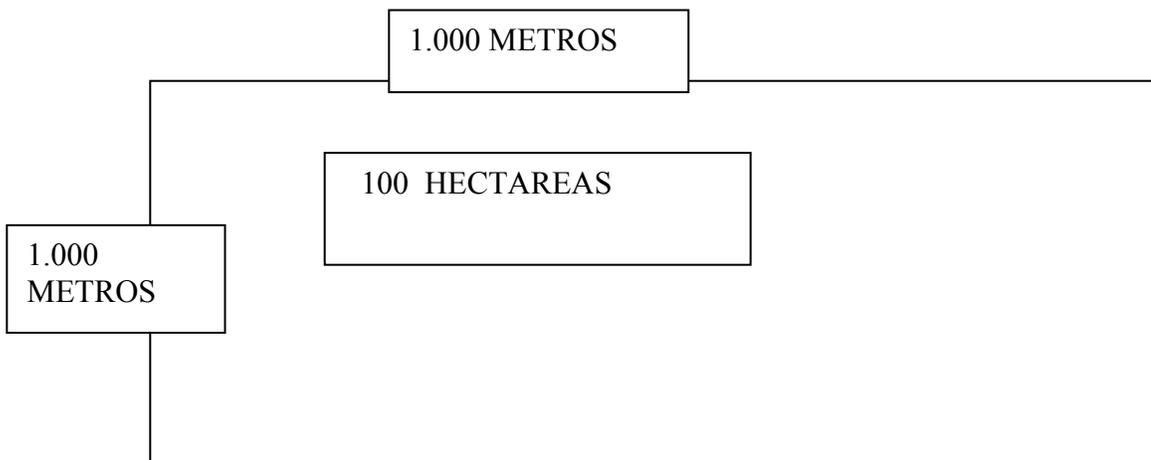
1 KILOMETRO CUADRADO = 1.000 M. * 1.000 M.

1 KILOMETRO CUADRADO = 1.000.000 M. CUADRADOS

SI UNA HECTAREA TIENE 10.000 METROS CUADRADOS,

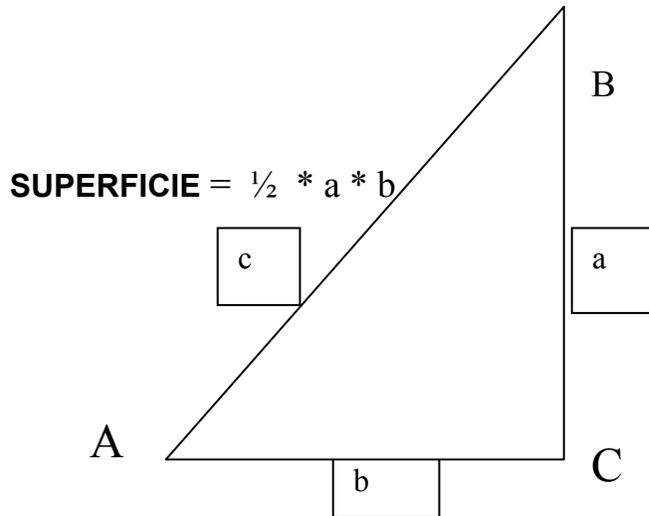
LUEGO TENDREMOS:

$1.000.000 \text{ m}^2 = 100 \text{ HECTAREAS}$

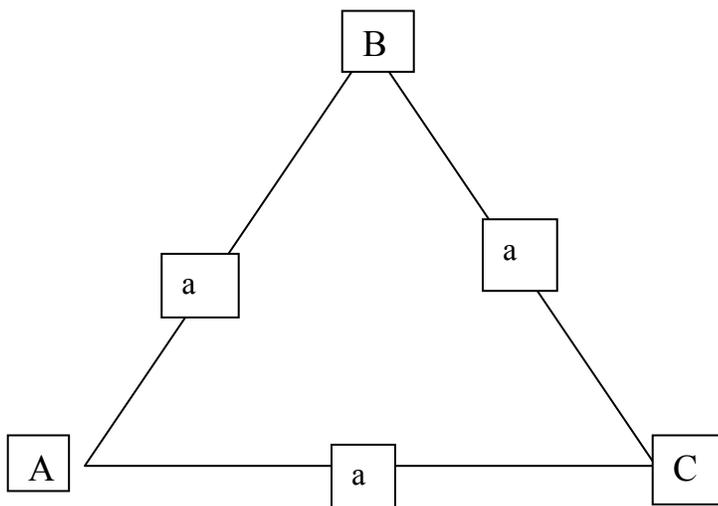


SUPERFICIES DE FIGURAS GEOMÉTRICAS

A) Triángulo Rectángulo

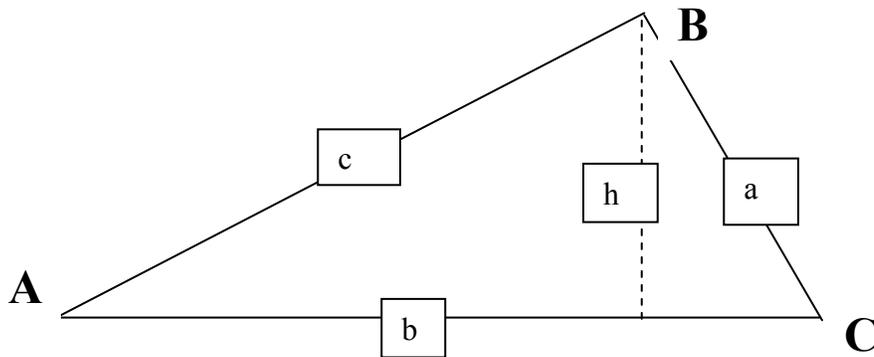


B) Triángulo Equilátero



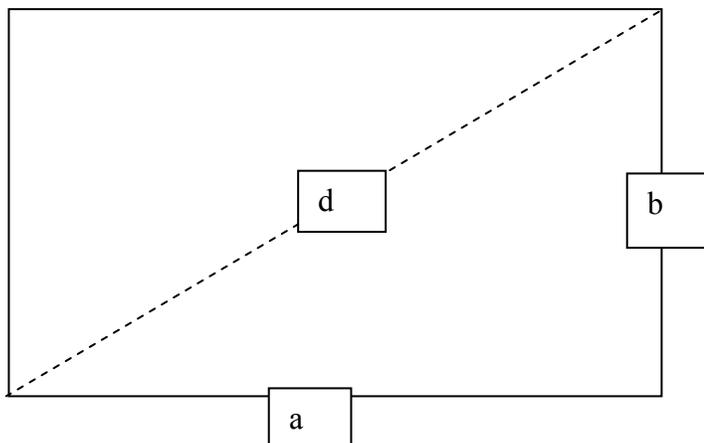
$$\text{SUPERFICIE} = [(\sqrt{3}) / 4] * a^2$$

C) Triangulo Oblicuo

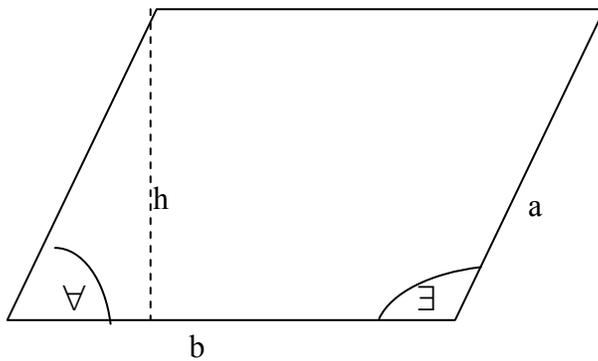


$$\text{SUPERFICIE} = \frac{1}{2} * b * h = \frac{1}{2} * a * b * \text{SENO } C = \frac{1}{2} * b * c * \text{SENO } A$$

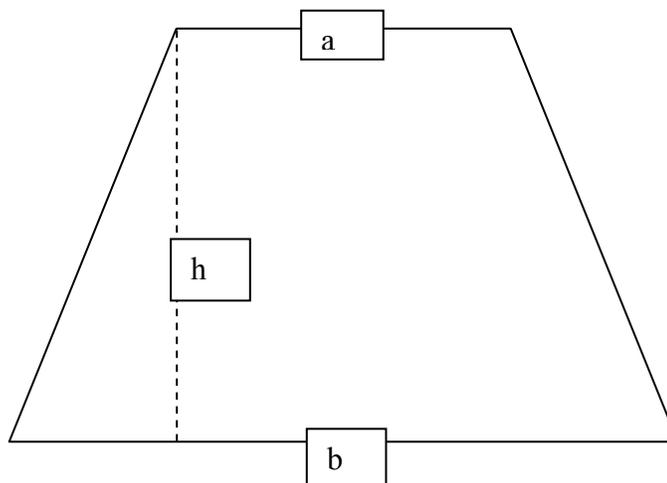
D) Rectángulo



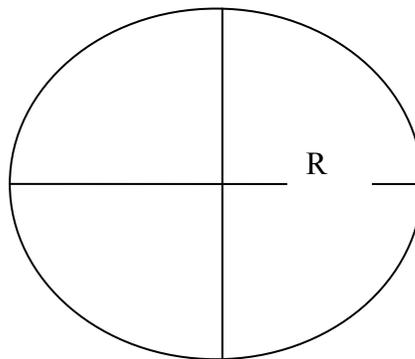
$$\text{SUPERFICIE} = a * b$$

E) Paralelogramo

$$\text{SUPERFICIE} = b * h = a * b * \text{SENO } \alpha = a * b * \text{SENO } \beta$$

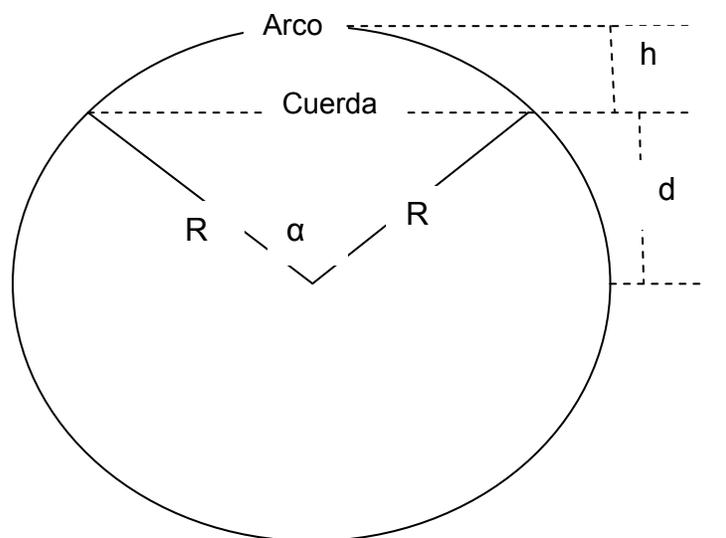
F) Trapezoide

$$\text{SUPERFICIE} = \frac{1}{2} * (a + b) * h$$

G) CIRCULO

$$\text{SUPERFICIE} = \pi * R^2$$

$$\text{CIRCUNFERENCIA} = 2 * \pi * R = [2 * \text{SUPERFICIE} / R]$$

H) SEGMENTO DE CIRCULO

$$\text{Arco} = R * \alpha$$

$$d = R \cdot \cos\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$$

$$\text{Cuerda} = 2 \cdot R \cdot \sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$$

$$\alpha = \text{Arco}/R$$

$$\text{Superficie del segmento} = 0.5 \cdot R \cdot \text{arco} = 0.5 \cdot R^2 \cdot \alpha$$

I.7.- VOLUMEN

1 PIE CUBICO = 1.728 PULGADAS CÚBICAS

1 YARDA CÚBICA = 27 PIES CÚBICOS

1 GALÓN = 231 PULGADAS CÚBICAS

1 LITRO = 61,0250 PULGADAS CÚBICAS

1 PULGADA CÚBICA = 16,3872 CENTÍMETROS CÚBICOS

1 METRO CÚBICO = 35,314 PIES CÚBICOS

1 GALÓN = 3,78533 LITROS

1 CUARTO LÍQUIDO = 0,946333 LITROS

1 ONZA LÍQUIDA = 29,573 CENTÍMETROS CÚBICOS

EJERCICIOS

a) Calcule cuantos centímetros cúbicos tiene un metro cúbico

1 pulgada cúbica = 16,3872 centímetros cúbicos

1 pie cúbico = 1.728 pulgadas cúbicas

1 metro cúbico = 35,314 pies cúbicos

1 metro cúbico = 35,314 * 1.728 pulgadas cúbicas

1 metro cúbico = 61.022,592 pulgadas cúbicas

1 metro cúbico = 61.022, 592 * 16,3872

1 metro cúbico = 1.000.000 centímetros cúbicos

b) Calcule cuantos litros tiene un metro cúbico.

1 litro = 61,0250 pulgadas cúbicas

1 pulgada cúbica = 16,3872 centímetros cúbicos

1 litro = 61,0250 * 16,3872

1 litro = 1.000 centímetros cúbicos

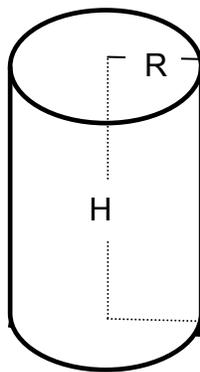
Si un metro cúbico tiene 1.000.000 centímetros cúbicos y un litro

Equivale a 1.000 centímetros cúbicos, luego tendremos:

1 metro cúbico = 1000 litros

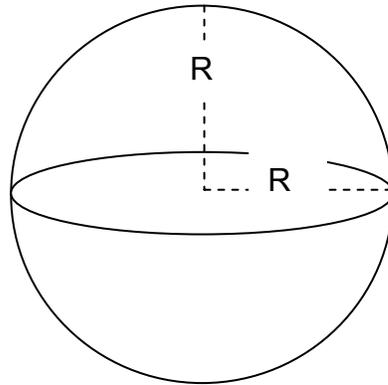
VOLUMENES DE FIGURAS GEOMÉTRICAS

A) Cilindro



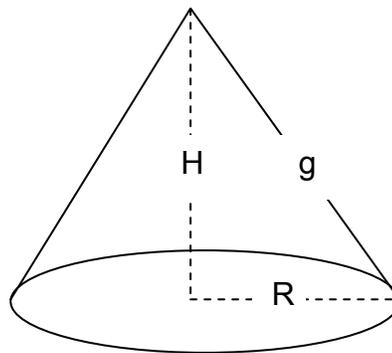
$$\text{Volumen} = \pi * R^2 * H$$

$$\text{Área del cilindro} = 2 * \pi * R * (H + R)$$

B) Esfera

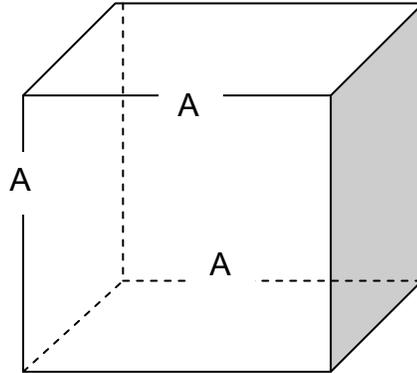
$$\text{Volumen} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$$

$$\text{Área de la Esfera} = 4 \cdot \pi \cdot R^2$$

C) Cono

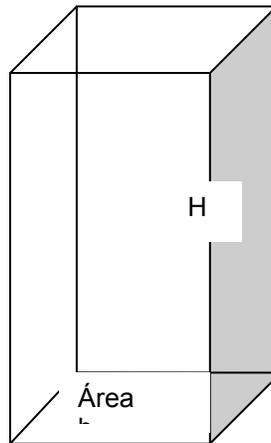
$$\text{Volumen} = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot H}{3}$$

$$\text{Área del cono} = \pi \cdot R^2 + \pi \cdot R \cdot g$$

D) Cubo

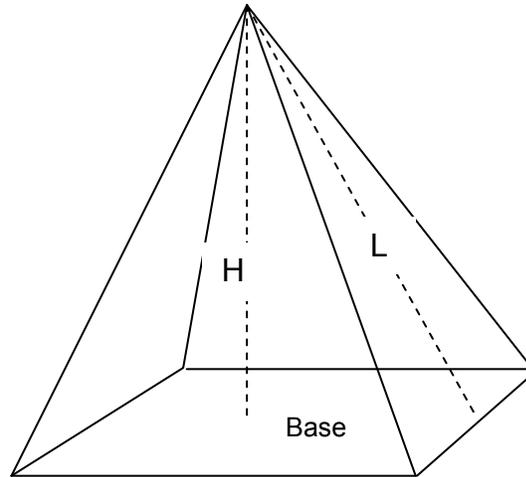
$$\text{Volumen} = A^3$$

$$\text{Área del cubo} = 6 \cdot A^2$$

E) Prisma

$$\text{Volumen} = (\text{área base}) \cdot H$$

$$\text{Área prisma} = (\text{perímetro de la base} \cdot H) + 2 \cdot \text{área de la base}$$

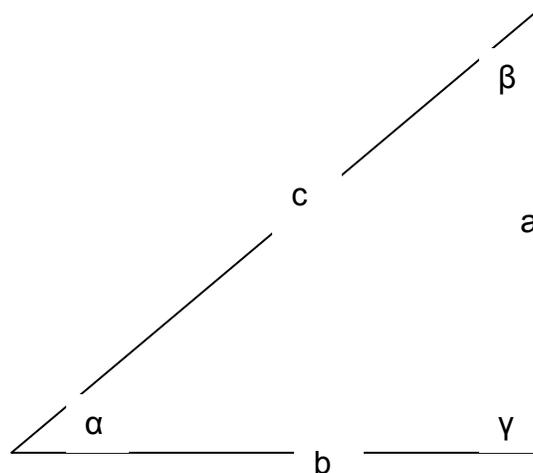
F) Pirámide

$$\mathbf{VOLUMEN = (\acute{A}REA\ BASE * H) / 3}$$

$$\mathbf{\acute{A}REA\ PIR\acute{A}MIDE = (PERIMETRO\ BASE * L) / 2 + \acute{A}REA\ BASE}$$

I.8 FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Una función trigonométrica, también llamada circular, es aquella que se define por la aplicación de una razón trigonométrica a los distintos valores de la variable independiente, que ha de estar expresada en radianes. Las funciones trigonométricas son: seno, coseno y tangente y sus inversas correspondientes son: cosecante, secante cotangente. Para la visualización de las funciones trigonométricas de seno, coseno, tangente y sus inversas utilizaremos el triángulo rectángulo.



α , β y γ , son ángulos interiores del triángulo rectángulo, siendo el valor de γ de 90°
 a , b , c , son los lados opuestos a los ángulos.

$$\text{Seno } (\alpha) = a/c$$

$$\text{Coseno } (\alpha) = b/c$$

$$\text{Tangente } (\alpha) = a/b$$

Las funciones inversas son:

$$\text{Cosecante } (\alpha) = c/a$$

$$\text{Secante } (\alpha) = c/b$$

$$\text{Cotangente } (\alpha) = b/a$$

La longitud de un lado del triángulo quedará definida por las siguientes expresiones:

$$a = c * \text{seno } (\alpha)$$

$$b = c * \text{coseno } (\alpha)$$

$$c = a * \text{cosecante } (\alpha)$$

$$a = b * \text{Tangente } (\alpha)$$

$$b = a * \text{Cotangente } (\alpha)$$

En el triángulo rectángulo los lados se relacionan de acuerdo al teorema de Pitágoras como sigue:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Algunas Identidades Trigonómicas

$$\text{Sin } \theta * \text{Csc } \theta = 1$$

$$\text{Cos } \theta * \text{sec } \theta = 1$$

$$\text{Sin}^2 \theta * \text{Cos}^2 \theta = 1$$

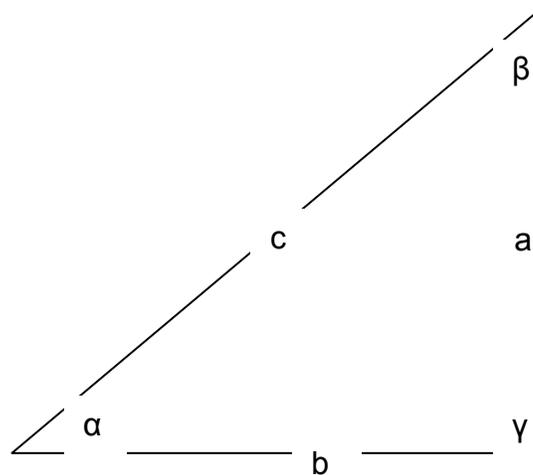
$$\text{Sen}^2 \theta = 0.5 * (1 - \text{Cos } 2\theta)$$

$$\begin{aligned}\cos^2\theta &= 0.5*(1+\cos 2\theta) \\ 1+\text{Tangente}^2\theta &= \text{Secante}^2\theta \\ 1+\text{cotangente}^2\theta &= \text{cosecante}^2\theta\end{aligned}$$

$$\text{Seno } 2\theta = 2 * \text{seno } \theta * \text{coseno } \theta = (2*\text{tangente } \theta)/(1+\text{tangente}^2\theta)$$

$$\text{Coseno } 2\theta = \text{coseno}^2\theta - \text{seno}^2\theta = 2 \text{ coseno}^2 \theta - 1 = 1 - \text{seno}^2\theta$$

Ejercicios



1.- Calcular la distancia **a y c** del triángulo, si se conoce los valores de:

$$\text{Alfa} = 33^\circ 20' 10''$$

$$b = 300 \text{ metros}$$

$$\text{Tangente } \alpha = a/b$$

$$\text{Tangente de } (33^\circ 20' 10'') = a/300 \text{ metros}$$

$$a = 300 * \text{tangente de } (33^\circ 20' 10'')$$

$$a = 197,33 \text{ metros}$$

$$\text{Coseno } \alpha = b/c$$

$$\text{Secante } \alpha = c/b$$

$$c = b \cdot \sec \alpha$$

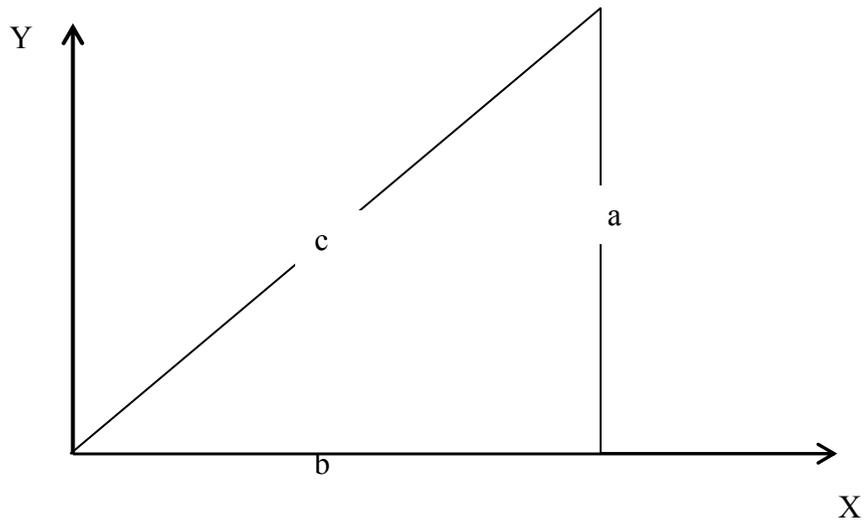
$$c = 300 \cdot \sec (33^\circ 20' 10'')$$

$$c = 359.08 \text{ metros}$$

Verificando los cálculos realizados

$$C = 359.08 \text{ metros}$$

2.- Encontrar los valores de los ángulos coseno β y tangente β , si $\text{seno } \beta = 9/19$, si el ángulo se encuentra en el primer cuadrante



Si $\text{seno } \beta = 8/17$, entonces $a = 8$ y $c = 17$

$$\text{Entonces } b^2 = (c^2 - a^2)^{0.5}$$

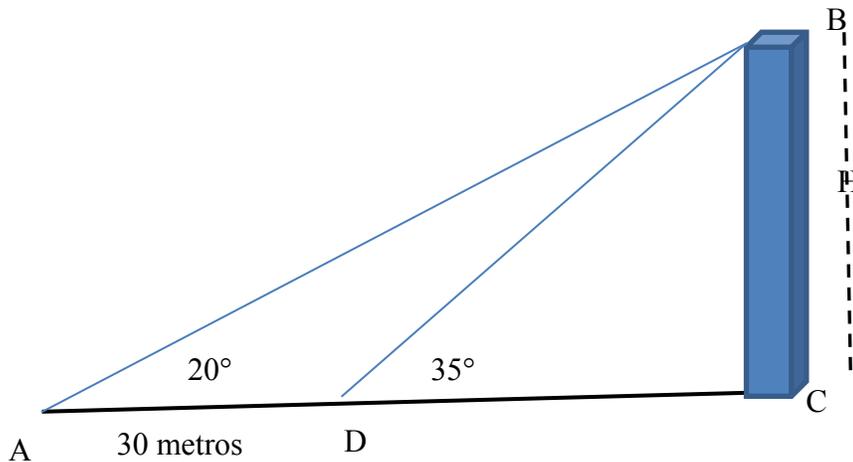
$$b = 15$$

$$\text{Coseno } \beta = 15/17$$

$$\text{Tangente } \beta = 8/15$$

$$\text{Beta } (\beta) = 28^\circ 04' 20.95''$$

3.- Encontrar la altura de un edificio (H) si el ángulo de altura cambia de 20° a 35° al avanzar en su dirección 30 metros.



$$\text{Cotangente A} = AC/BC$$

$$AC = BC * \text{Cotangente A}$$

$$\text{Cotangente D} = DC/BC$$

$$BC * \text{Cotangente D} = DC$$

$$AC = 30 + DC$$

$$30 + BC * \text{cotangente D} = BC \text{ Cotangente A}$$

$$30 + BC * \text{Cotangente de } 35^\circ = BC * \text{Cotangente } 20^\circ$$

$$30 = BC \text{ Cotangente } 20^\circ - BC \text{ Cotangente } 35^\circ$$

$$30 = BC (\text{cotangente } 20^\circ - \text{cotangente } 35^\circ)$$

$$BC = 30 / [\text{cotangente } 20^\circ - \text{cotangente } 35^\circ]$$

$$H = BC = 22.74 \text{ metros}$$

$$AC = 22.74 * \text{Cotangente } A$$

$$AC = 62.48 \text{ metros}$$

$$DC = AC - 30 \text{ metros}$$

$$DC = 62.48 - 30 = 32.48 \text{ metros}$$

I.9.- UNIDADES ANGULARES

Para la medición de ángulos se emplean diferentes unidades, que varían según el sistema que se adopte para la división de la circunferencia, generando diferentes sistemas. En Topografía los instrumentos con los que se realizan mediciones angulares tienen sus limbos, tanto horizontal como vertical, en sistema sexagesimal o en sistema centesimal.

I.9.1. SISTEMA SEXAGESIMAL:

En este sistema la circunferencia se divide en 360 partes iguales, cada una de ellas recibe el nombre de grado, cada grado se divide a su vez en 60 partes iguales, cada una de ellas recibe el nombre de minutos y cada minuto se divide en 60 partes iguales, cada una de estas partes se llama segundos. Su notación es la siguiente: $37^\circ 20' 30''$, se lee como: treinta y siete grados, veinte minutos y treinta segundos.

I.9.2 SISTEMA CENTECIMAL:

En este sistema la circunferencia se divide en 400 partes iguales, cada parte se llama grado y este a su vez se divide en 100 partes iguales, cada parte se llama minuto y finalmente este se divide en 100 partes iguales, cada una se llama segundo. Su notación es como sigue: $45^g 20^c 30^{cc}$ se lee como, 45 grados, veinte minutos y treinta segundos, también se puede anotar como $45^g, 2030$.

PASO DE UN SISTEMA A OTRO

1.- SISTEMA CENTECIMAL A SEXAGECIMAL

$$\alpha^\circ = (9/10) * \alpha^g$$

2.- SISTEMA SEXAGECIMAL A CENTECIMAL

$$\alpha^g = (10/9) * \alpha^\circ$$

Ejercicio

1.- TRANSFORMAR $30^\circ 20' 10''$ A ANGULO CENTECIMAL

$$10'' / 3600 = 0,0027777777777777777^\circ$$

$$20' / 60 = 0,3333333333333333^\circ$$

$$30^\circ + 0,333333333^\circ + 0,002777777 = 30^\circ,336111111111111111$$

$30^\circ,336111111 * 10/9 = 33^g.70679012 = 33^g 70^c 67^{cc}, 90$ (TREINTA GRADOS CENTECIMALES, SETENTA MINUTOS Y SESENTA Y SIETE SEGUNDOS COMA NOVENTA CENTÉSIMAS DE SEGUNDO)

2. TRANSFORMAR $87^{\text{G}}, 45607$ A ANGULO SEXAGECIMAL

$87,45607 * 9/10 = 78^{\circ},710463 = 78^{\circ} 42' 37'',67$ (SETENTA Y OCHO GRADOS SEXAGECIMAL, CUARENTA Y DOS MINUTOS Y TREINTA Y SIETE SEGUNDOS COMA SESENTA Y SIETE CENTÉSIMAS DE SEGUNDO)

3. TRANSFORMAR

A) $35^{\circ} 20' 15''$ a ángulo centesimal

B) $138^{\circ} 56' 48'',78$ a ángulo centesimal

C) $234^{\text{G}}, 46679$ a ángulo sexagesimal

D) $387^{\text{G}} 54^{\text{C}} 78^{\text{CC}}, 67$ a ángulo sexagesimal

I.10.- LA ESCALA

La representación en una carta, mapa o plano lleva implícita una reducción de la realidad, debido a que no es posible confeccionar una carta o un plano con las dimensiones reales del terreno. Es de esta manera, que el manejo de cartografía requiere necesariamente del conocimiento de las proporciones exactas entre la realidad y la representación.

La **ESCALA** es la relación matemática entre la dimensión de un elemento en la tierra y su representación en un plano topográfico.

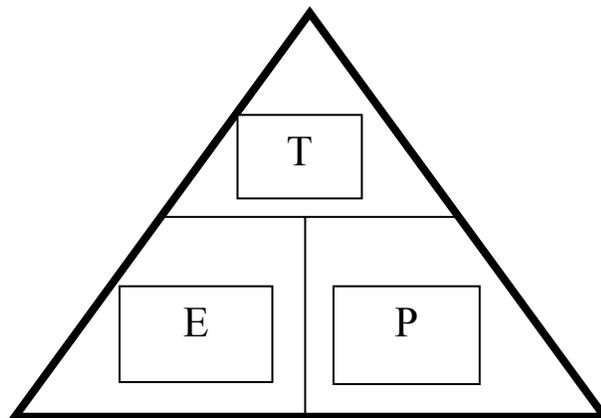
La **ESCALA** puede definirse como el número de veces que la realidad del terreno ha sido reducida o ampliada.

La relación existente entre el terreno y el plano puede expresarse en la siguiente proporción:

P = Papel

E = Coeficiente de la Escala

T = Terreno



Algunas relaciones que se desprende del triángulo anterior:

$$T = E * P$$

$$P = T / E$$

$$E = T / P$$

Según el grado de reducción el Instituto Panamericano de Historia y Geografía (IPGH) entrega los siguientes criterios:

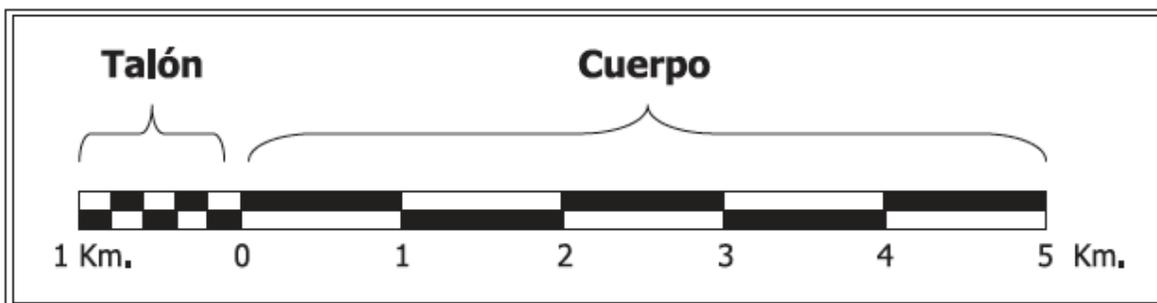
Escalas Grandes.....hasta 1: 25.000

Escalas Medianas.....1: 25.000 a 1: 250.000

Escalas Pequeñas.....sobre 1: 250.000

Tipos de Escala

Escala gráfica simple: Se divide en dos partes, una es el talón y otra es el cuerpo. En el talón cada separación representa décima de unidad, del cero a la izquierda. En el cuerpo cada división representa una unidad. En la figura el Cuerpo está dividido en unidades que representan un kilómetro y en el Talón cada división es una décima de kilómetro.



Escala numérica: esta escala representa la relación entre el valor de la representación y el de la realidad mediante una razón. Ejemplo: 1:50.000, indica que un metro en el plano representa 50.000 metros en la realidad.

EJERCICIOS

1.- Calcular la distancia real (T) de dos puntos, si están distanciados en un 10 centímetros en un plano topográfico a escala 1:2.000.

Solución:

Aplicando las fórmulas entregadas anteriormente en el triángulo tendremos:

$$T = P * E$$

$$T = 10 \text{ centímetros} * 2000$$

$$T = 20.000 \text{ centímetros en el terreno} = 200 \text{ metros en el terreno} = 0,2 \text{ kilómetros.}$$

2.- Dos puntos se encuentran a una distancia en el terreno de 10.000 metros, calcular a que distancia se encuentran en la carta, si la escala es 1:10.000.

Solución:

Aplicando las fórmulas del triángulo tendremos:

$$T = P * E$$

$$10.000 \text{ m.} = P * 10.000; \text{ entonces esto implica que:}$$

$$P = T/E$$

$$\mathbf{P = 10.000 \text{ metros}/10.000}$$

$$P = 1 \text{ metro; los puntos se encuentran en el plano a 1 metro de distancia}$$

3.- Determine la escala (E) de un plano topográfico si dos puntos que están a 1.000 metros en el terreno están representados en el plano a una distancia de 10 centímetros

Solución:

Al igual que los problemas anteriores debemos considera las fórmulas anteriores.

$$T = P * E$$

$$1000 \text{ metros} = 0,01 \text{ metro} * E$$

$$E = T/P$$

$$E = 1000 \text{ metros} / 0,01 \text{ metro}$$

$$E = 100.000 \text{ (coeficiente de la escala)}$$

La Escala del plano es 1: 100.000

II.- TEORIA DE ERRORES

Todas las mediciones se encuentran afectadas por errores de magnitudes desconocidas, por lo tanto una medida nunca es exacta. Una de las principales actividades de un Geomensor es la medición tanto de ángulos como de distancias dentro de ciertos límites de error. Luego es necesario conocer las fuentes que provocan estos errores y los tipos de errores que se producen en un proceso de medición.

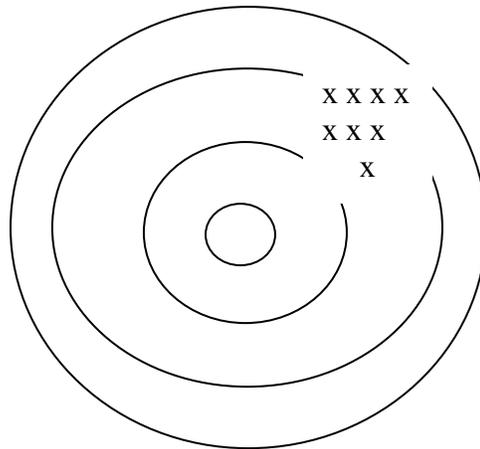
Edward M. Mikhail en su libro “Anaysis and adjustment of survey measurements”⁵ escribe al respecto: “La medición es un proceso que está sujeto a variaciones. La variación puede ocurrir si no se tiene en cuenta algún aspecto de la medición, como la temperatura. Si, por ejemplo, se realizan varias mediciones de la distancia entre las dos estaciones de inspección con una cinta de acero y se produce un cambio de temperatura durante la realización de las mediciones, habrá un cambio correspondiente en la longitud de la cinta y consecuentemente en la lectura de la cinta. Si no se hace corrección para el efecto de la temperatura, las mediciones resultantes exhibirán variación debido al cambio de temperatura. La variación también es una consecuencia natural de la repetición, debido a las limitaciones en la instrumentación utilizada y en la capacidad del observador de centrarse, coincidir con los puntos, establecer y leer. La pequeña variación que se produce en la operación elemental produce variaciones correspondientes en la medición. Podemos buscar un valor fijo para una cantidad que concebimos como verdadero valor, pero lo que obtenemos en realidad no es más que una estimación del valor verdadero”.

Cuando nos referimos a las medidas, es necesario que distingamos dos conceptos importantes; uno se refiere a la **PRECISION** y el otro a la **EXACTITUD**.

Precisión: Se define como “El grado de refinamiento con que se lee una medida” o “como el grado de refinamiento con que se ejecuta una operación”.

Exactitud: Se define como “El grado de conformidad con una norma o patrón”.

De las definiciones antes mencionadas se puede inferir que una medición podría ser exacta pero no precisa o viceversa, Ejemplo: Un tirador podría disparar una gran cantidad de municiones sobre un blanco determinado y sus impactos podrían estar muy próximos unos a otros pero lejos del centro del blanco,. Luego se puede decir que la serie de disparos es Precisa pero no es Exacta.



En la figura se puede apreciar los disparos realizados tienen una variación muy pequeña, por lo tanto se puede decir que estos son **precisos** pero no **exacto** pues no han dado en el blanco propuesto.

Si designamos a la cantidad L como la verdadera magnitud (ángulo, distancia, etc.) y X es el valor observado, luego el error está determinado como:

$$E = L - X$$

Como nunca podremos conocer el verdadero valor de L , luego, tampoco nos será posible conocer el verdadero valor de E . No obstante lo anterior, sólo podremos

encontrar una buena aproximación de L mediante un cuidadoso análisis matemático de las observaciones realizadas.

FUENTES DE ERROR

La determinación de las fuentes de error es de gran importancia para las disciplinas que tienen una directa relación con los aparatos y métodos de medición, como es el caso particular de la Geomensura, y se pueden clasificar según su fuente en:

ERRORES INSTRUMENTALES: Son aquellos errores producidos por las imperfecciones o los desajustes de los instrumentos topográficos con los cuales se realizan las mediciones.

ERRORES NATURALES: Son los errores producidos por las variaciones de las condiciones ambientales, como consecuencia de variaciones en el fenómeno de la naturaleza, tales como: presión, temperatura, humedad, viento gravedad, refracción, etc.

ERRORES PERSONALES: Estos errores se producen como consecuencia de las equivocaciones que cometen las personas al efectuar sus mediciones, y se pueden expresar en un mal centrado de un instrumento, medición de una distancia con una huincha sin tomar en consideración su inclinación, no considerar una correcta alineación antes de medir con huincha una distancia determinada, etc.

TIPOS DE ERRORES

Cualquiera sea la fuente del error (instrumental, personal o ambiental) los errores también pueden clasificarse de acuerdo a su aparición:

ERRORES GRAVES O EQUIVOCACIONES: La teoría matemática de errores no estudia este tipo, debido a que su aparición se produce como consecuencia de

una equivocación o un error de cálculo del observador, estos errores deben ser eliminados de las mediciones antes de que estas sean estudiadas, como ejemplo podemos señalar los siguientes:

Anotar una cifra equivocada en un registro, leer de un registro un valor en forma errónea, leer en forma equivocada un ángulo, registrar un valor equivocado en una libreta, etc.

ERRORES SISTEMÁTICOS: El error sistemático es aquel, que mientras permanezcan las mismas condiciones siempre tendrá la misma magnitud y el mismo signo algebraico, pudiendo ser positivo o negativo. Este tipo de error puede ser detectado y mediante un procedimiento matemático es posible aplicarle una corrección que aminore su influencia significativamente. Como ejemplo se puede señalar:

Una cinta o huincha que se encuentra dilatada siempre va a medir una longitud mayor que la muestra su graduación.

ERRORES ACCIDENTALES O ALEATORIOS: Este tipo de error no es posible controlar, ya que su aparición es consecuencia de un conjunto de causas que escapan a las posibilidades reales del observador de poder intervenir para aminorarlos. El signo algebraico de estos errores es aleatorio y no es posible determinarlo. Estos errores siempre están presentes en las mediciones, son más numerosos los errores accidentales o aleatorios o erráticos pequeños que los grandes e incluso pueden llegar a anularse entre ellos, sin embargo, siempre estarán presentes en el valor medido. No obstante, los errores accidentales tomados en conjunto obedecen a la ley de la probabilidad. Como ejemplo de estos errores podemos señalar:

El cambio de temperatura mientras se está midiendo con una cinta o huincha puede dilatarla o contraerla, cometiendo un error accidental que no ha sido posible

determinar. Variación de condiciones atmosféricas pueden interferir en una medición electrónica.

Determinar el Valor Probable de una medición

Cuando se mide o se observa una cierta cantidad de veces siguiendo métodos de medición u observaciones similares, y se obtienen resultados tales como $d_1, d_2, d_3, d_4, \dots, d_n$, se toma como Valor más Probable, su media aritmética, es decir:

$$X_m = (d_1 + d_2 + d_3 + \dots + d_n) / n$$

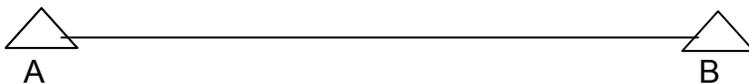
d_1, d_2, \dots, d_n , corresponden a las observaciones individuales realizadas sobre la cantidad a medir.

n representa el número de veces que se realizó la medición

X_m , representa la media aritmética de las mediciones realizadas.

EJERCICIO

Se han realizado ocho observaciones sobre una cierta distancia AB, bajo condiciones similares, determinar cuál es el Valor más Probable de esa distancia.



$d_1 = 125,57$ metros

$d_2 = 125,60$ metros

d3 = 125,65 metros

d4 = 125,70 metros

d5 = 125,58 metros

d6 = 125,56 metros

d7 = 125,67 metros

d8 = 125,55 metros

$$X_m = (125.57+ 125.6+125.65+125.7 +125.58 +125.56 +125.56 +125.67+125.55)/8$$

$$X_m = 125,61 \text{ metros}$$

125,61 metros representa el Valor más Probable de este conjunto de mediciones realizadas sobre la distancia AB

MEDICION DE LA PRECISION DE LA MEDICION REALIZADA

El Error Probable es una cantidad más o menos dentro de cuyos límites puede estar o no el error accidental real, este error es un caso especial de la Desviación Estándar, las dos medidas están relacionadas por una constante numérica.

Ejercicio

Calcular la precisión de la medición realizada en el ejercicio anterior.

Medición		Media		Valor Residual
125,57 metros	-	125,61	-	0,04
125,60 metros	-	125,61	-	0,01
125,65 metros	-	125,61	+	0,04
125,70 metros	-	125,61	+	0,09
125,58 metros	-	125,61	-	0,03
125,56 metros	-	125,61	-	0,05

125,67 metros	-	125,61	+	0,06
125,55 metros	-	125,61	-	0,06
Suma =			0,00	

Valor Residual	Valor Residual al cuadrado
- 0,04	0,0016
- 0,01	0,0001
+ 0,04	0,0016
+ 0,09	0,0081
- 0,03	0,0009
- 0,05	0,0025
+ 0,06	0,0036
- 0,06	0,0036
Suma = 0,00	Suma = 0,022

$$S = \sqrt{(0.022/7)} \Rightarrow S = \pm 0,056 \text{ metros}$$

S = Desviación estándar

Ep = Error Probable

$$Ep = 0,6745 * S$$

$$Ep = (\pm) 0,038 \text{ metros}$$

Realizado el cálculo de la precisión de la medición podemos decir que:

1.- Si consideramos la **Desviación Estándar** tendremos:

La longitud más probable de la distancia AB medida es de 125,61 metros +/- 0,052 metros. Esto quiere decir que la distancia más probable varía de acuerdo a su precisión entre:

125, 558 m. \longrightarrow 125,61 m. \longrightarrow 125,662 m.

La Desviación Estándar representa que un 68 % de las observaciones realizadas se encuentran más cercanas a la Media Aritmética.

2.- Si consideramos el **Error Probable** tendremos:

La longitud más probable de la distancia AB medida es de 125,61 metros +/- 0,038 metros. La distancia más probable varía según su precisión entre:

125,572 m. \longrightarrow 125,61 m. \longrightarrow 125,648 m.

El Error Probable representa un 50 % de las observaciones realizadas que se encuentran más cercanas a la media aritmética.

3.- Si consideramos que la medición debe ajustarse a una precisión de un 95% de las mediciones realizadas, entonces tendremos que:

$$2 * S = 2 * 0.052 \text{ m.} = +/- 0.104 \text{ m}$$

125.506 m. \longrightarrow 125,61m. \longrightarrow 125.714 m.

NOTA: La tolerancia al trabajo determinará si la precisión obtenida se ajusta a la Exactitud requerida o Norma de calidad establecida previamente.

III.- MEDICIONES

III.1.- MEDICION CON CINTA

Las cintas usadas por los topógrafos son generalmente de acero, de tela y de plástico.

Las cintas de acero más utilizadas son de 20 metros, graduadas al milímetro. Existen otras cintas de longitudes diferentes, de 30 metros, 50 metros y 100 metros con distintos tipos de graduaciones, su ancho por lo general es de 6 a 7 milímetros.

Las cintas de mejor calidad, son de tela en la que se han entretejido alambres delgados de latón o de bronce para evitar que se alarguen, son de 20 a 50 metros graduadas al milímetro, por lo general su ancho es de 16 milímetros.

Las cintas de plástico son las más comunes, de menor precisión, ya que su material es fácilmente dañado por condiciones ambientales o mal manejo en terreno, respecto a su largo puede ser 5 a 50 metros graduadas al milímetro, su ancho es variable no sobrepasando por lo general los 20 milímetros.

Para mediciones de precisión se utilizan las cintas de metal Invar. El **invar**. es una aleación de acero y níquel a la que afectan poco los cambios de temperatura, la dilatación de las cintas **invar** es un décimo de lo que se dilatan las cintas de acero. Este es un material blando por lo que la cinta debe manejarse con gran cuidado, evitándose que se doblen. Las condiciones antes mencionadas y además de que su costo es muy alto, hacen que su uso sea limitado y prohibitivo para trabajos topográficos.

III.1.1 MEDICION CON CINTA EN TERRENOS HORIZONTALES Y PAREJOS:

La medición cinta en terrenos parejos y que no presentan un desnivel notorio debe realizarse manteniendo la cinta sobre el terreno en forma horizontal, esta es una consideración importante que deben considerar los operadores de campo.

El proceso de medición comprende el trabajo de dos operadores los cuales deben estar bien compenetrados del lugar donde se va a realizar la medición, además, es necesario que uno de ellos sea el que dirija la operación en el terreno, cuando las mediciones sobrepasen el largo de la cinta es necesario dejar una marca (que no pueda ser borrada con facilidad por otras personas ajenas al trabajo) para luego continuar desde ese mismo punto hacia adelante.

Es conveniente llevar un croquis en el cual se puedan señalar las mediciones realizadas y además se puede saber las mediciones que nos faltan por medir.

III.1.2 MEDICIONES CON CINTA EN TERRENOS CON DESNIVEL:

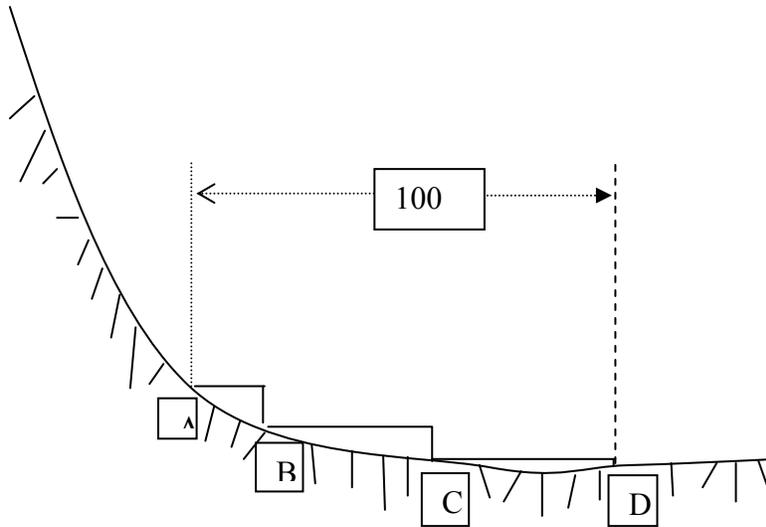
Las mediciones deben tener en cuenta las mismas consideraciones que se habían mencionado anteriormente para terrenos parejos pero sin pendiente, pero en este caso además es necesario considerar el desnivel que tiene el terreno.

El operador de campo que lleva el extremo de la cinta avanza los metros que sean necesarios de acuerdo al desnivel del lugar y luego junto con el operador que tiene el otro extremo de la cinta la ponen en posición horizontal y de uno de los extremos se deja caer suavemente una plomada que debe indicar el lugar hasta donde se ha medido, este sitio se debe marcar en el terreno ya que el lugar físico desde donde se procederá a seguir midiendo.

La horizontalidad de la cinta puede solamente apreciarse, pero esto puede inducir a cometer errores grandes en la medición de la distancia horizontal, lo correcto que se debe hacer es medir la horizontalidad de la cinta con un nivel de mano,

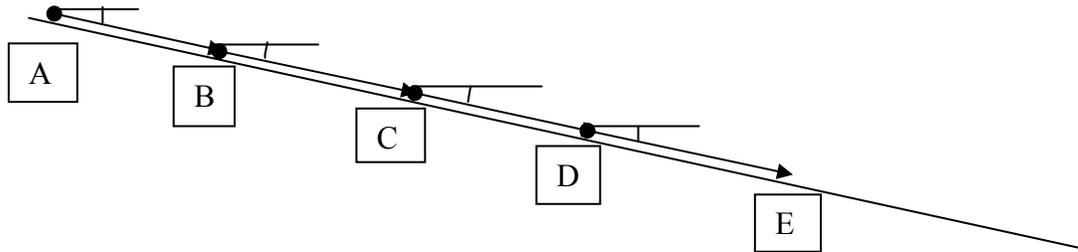
este procedimiento sencillo nos entrega una gran seguridad en la distancia horizontal que estamos midiendo.

Medición de una distancia horizontal sobre un terreno con pendiente



III.1.3 MEDICIONES CON CINTA DE DISTANCIAS INCLINADAS:

Si el terreno a medir es parejo pero tiene inclinación a menudo se procede a medir la distancia la distancia inclinada, para lo cual se procede de igual forma que en el caso de un terreno horizontal y sin pendiente. Sin embargo, es necesario considerar la diferencia de nivel existente para lo cual se procede a tomar el desnivel existente entre dos puntos sucesivos medidos con la cinta. Luego al término de la medición se procede a realizar el cálculo de la distancia horizontal de cada cintada utilizando la distancia inclinada medida y el desnivel medido, mediante un sencillo proceso trigonométrico.



En la figura se muestra una distancia con cinta medida entre los puntos A y E, se ha procedido a medir esta distancia por largos de cinta de 20 metros y en la estación A se ha medido el desnivel existente de 1° , en la estación B el desnivel medido es de $1^\circ 15'$, en la estación C el desnivel es de $1^\circ 10'$, en la estación D el desnivel es de 1° . Con los datos obtenidos del terreno podremos calcular la distancia horizontal entre los puntos A y E

EJERCICIO

Estaciones	Distancia	Inclinada (DI)	Inclinación (I)
AB		20,000 metros	1°
BC		20,000 metros	$1^\circ 15'$
CD		20,000 metros	$1^\circ 10'$
DE		20,000 metros	1°

$$\text{Coseno (I)} = \text{Distancia horizontal}/\text{Distancia inclinada}$$

$$1.\text{-Distancia Horizontal AB} = \text{Coseno } (1^\circ) * \text{Distancia Inclinada}$$

$$\text{Distancia Horizontal AB} = 0,9998476952 * 20 \text{ metros}$$

$$\text{Distancia Horizontal AB} = 19,997 \text{ metros}$$

2.- Distancia Horizontal BC= $\text{Coseno } (1^\circ 15') * \text{Distancia Inclined}$

Distancia Horizontal BC = $0,9997620271 * 20 \text{ metros}$

Distancia Horizontal BC = 19,995 metros

3.-Distancia Horizontal CD = $\text{Coseno } (1^\circ 10') * \text{Distancia Inclined}$

Distancia Horizontal CD = $0,9997926981 * 20 \text{ metros}$

Distancia Horizontal CD = 19,996 metros

4.- Distancia Horizontal DE = $\text{Coseno } (1^\circ) * \text{Distancia Inclined}$

Distancia Horizontal DE = $0,9998476952 * 20 \text{ metros}$

Distancia Horizontal DE = 19,997 metros

La distancia Horizontal entre el punto A y el punto E es la siguiente:

$$D= 19.997 + 19.995 + 19.997$$

$$D= 79.985 \text{ metros}$$

III.2.- MEDICION DE DISTANCIAS DE PRECISIÓN CON CINTA

Cuando es necesario realizar mediciones con una cierta precisión es necesario considerar los siguientes errores que se pueden producir:

- 1.- Longitud incorrecta de la Cinta
- 2.- Alineación incorrecta de la cinta
- 3.- Errores de observación

Correcciones que se deben aplicar a una medición de precisión utilizando una cinta de acero:

- 1.- Corrección por Pendiente
- 2.- Corrección por variaciones de Temperatura
- 3.- Corrección por variación por Tensión
- 4.- Corrección por Catenaria.

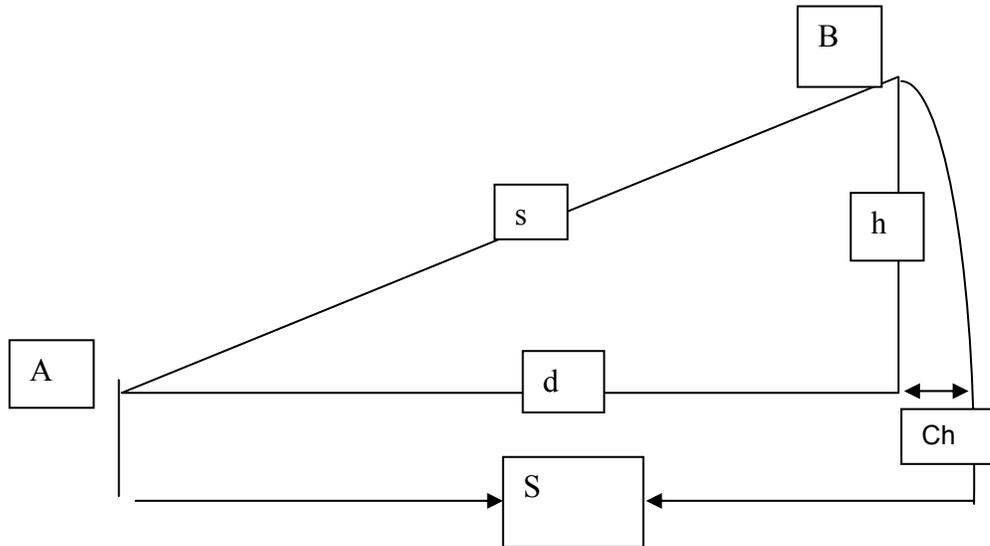
1.- Longitud Incorrecta de la cinta, las cintas cuando se reciben del fabricante tienen una longitud muy cercana a la que se encuentra grabada en ella, pero con el manejo en terreno y las condiciones ambientales diferentes a las cuales fue fabricada es de esperar que la cinta cambie de longitud, razón por lo cual es necesario considerar cada cierto tiempo contrastar dicha cinta con una longitud patrón o de cierto margen de seguridad. Una cinta de longitud incorrecta producirá un error sistemático en las mediciones.

2.- Alineación incorrecta de la cinta, el no efectuar una correcta alineación de una distancia antes de ser medida con una cinta, puede provocar un error sistemático en la distancia observada.

3.- Errores de observación, los errores cometidos al marcar el punto donde termina una medición, el cometer una equivocación cuando se observa la plomada, son errores accidentales difíciles de detectar. Otros errores pueden ser al leer sobre la huincha o cinta, leer la temperatura, leer la tensión.

Correcciones a aplicar en las mediciones de precisión realizadas con cinta de medir, realizados los controles necesarios para mitigar los errores que pudieran producirse en la medición

1.- Corrección por Pendiente, cuando las mediciones se realizan con la suficiente precisión es necesario determinar la altura de cada una de las estaciones de la alineación, para poder realizar la corrección por pendiente para obtener una distancia horizontal de cada uno de los tramos medidos.



Lo que se debe conocer es la distancia horizontal, por lo tanto, a la distancia inclinada **S** proyectada se le resta la corrección **Ch** y se obtiene la distancia horizontal **d**: $d = S - Ch$. Otra solución es encontrar directamente la distancia horizontal mediante el teorema de Pitágoras. $d^2 + h^2 = s^2$, se tiene s como la distancia inclinada y h como la diferencia de altura entre las estaciones luego la distancia horizontal se obtiene mediante; $d^2 = s^2 - h^2$.

2.- **Corrección por variación de Temperatura**, las cintas o huinchas se dilatan al aumentar la temperatura o se contraen cuando la temperatura baja mucho. Si la cinta fue calibrada a T grados Celsius (por lo general a 20°C) y las medidas son realizadas a T grados, la corrección por variación de temperatura es:

$$C_s = 0,00000645 * L * (T - T_0)$$

L = distancia medida con la cinta

T = temperatura media de la longitud medida

T_0 = temperatura de contraste

3.- **Corrección por variación de Tensión**, la corrección por variación de tensión en la medición con una cinta de acero es la siguiente:

$$C_p = [(P - P_0) / (A * E)] * L$$

C_p = corrección por tensión a la distancia L en centímetros

P = tensión aplicada a la cinta, en Kg.

P_0 = tensión de contraste, en Kg.

L = longitud en centímetros

A = área de la sección transversal de la cinta, en cm^2

E = Módulo de elasticidad del acero, en Kg/cm^2

$E = 2.150.000 \text{ Kg.}/\text{cm}^2$ aproximadamente.

4.- **Corrección por Catenaria**, si una cinta se apoya en sus extremos, forma una onda entre los puntos de apoyo. La corrección de la catenaria se obtiene por medio de la siguiente expresión:

$$C_s = (W^2 * L) / (24 * P^2)$$

W = peso total de la cinta en Kg.

P = tensión aplicada a la cinta en Kg.

L = distancia entre los puntos de apoyo en metros

EJERCICIO

Se ha medido una distancia con una cinta de acero de 100 metros, sostenida en sus extremos sobre dos estacones, se le aplica una Tensión de 5 Kg. fuerza en sus extremos, las temperaturas observadas dan como promedio 25 °C. El desnivel entre estacones es de 20 centímetros. **Calcular la distancia observada.**

Temperatura de contraste = 20 °C

Tensión de contraste = 5 Kg.

Peso de la cinta = 2,3 Kg.

1.- Corrección por desnivel.

$$D_i = 100 \text{ metros}; \quad \Delta h = 0,20 \text{ metros}$$

$$DH = 99,9998 \text{ metros}$$

2.- Corrección por temperatura

$$C_t = 0,00000645 * L * (T - T_0)$$

$$C_t = 0,00000645 * 99,9998 * (25 - 20)$$

$$C_t = 0,0032 \text{ metros}$$

3.- Corrección por tensión

$$C_p = (5-5) * 99,9998 / (2.150.000 * A)$$

$$C_p = 0 \text{ metros}$$

4.- Corrección por catenaria

$$C_s = W^2 * L / (24 * P^2)$$

$$C_s = (2.3 \text{ kg})^2 * 99.9998 / (24 * 5^2 \text{ Kg}^2)$$

$$C_s = 0,8817 \text{ metros}$$

Resumen de correcciones:

Distancia reducida al horizonte =	99,9998 metros
Corrección de temperatura =	- 0,0032 metros
3.- Corrección por tensión =	0,0000 metros
4.- Corrección por catenaria =	- 0,8817 metros
Distancia Horizontal corregida =	99,115 metros.

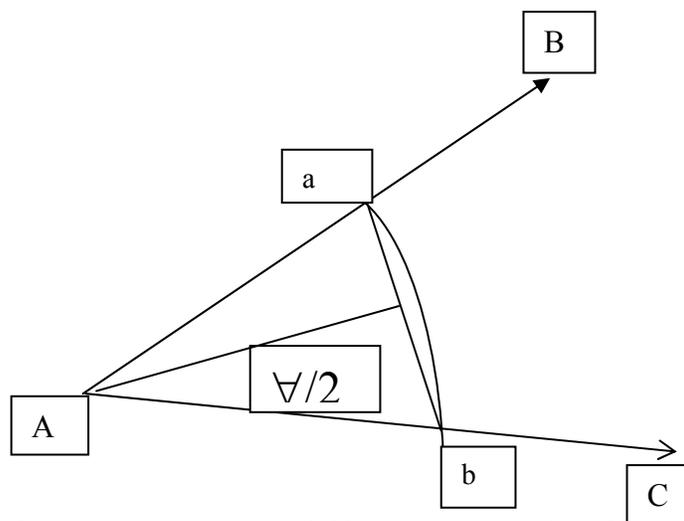
III.3.- LEVANTAMIENTO TOPOGRAFICO CON CINTA

Los levantamientos con cinta de un terreno se realizan dividiéndolo en triángulos y tomando las medidas de los lados, alturas y ángulos de los triángulos que permitan calcular el resto de los lados y ángulos necesarios para dibujarlo y para calcular superficies.

II.3.1 MEDICION DE ANGULOS CON CINTA

Los ángulos se miden por el método de la cuerda:

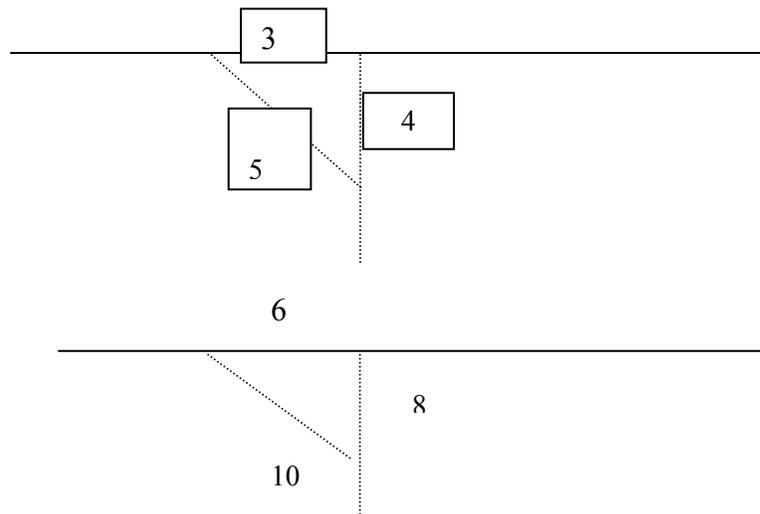
- a) Instalado en el vértice en A, se hace girar la cinta, y se marcan en los puntos a y b , donde el arco intercepta los lados AB y AC del ángulo.
- b) Se mide la distancia ab , de la cuerda: $\text{seno } \frac{1}{2} \angle = (0.5 \cdot ab) / Aa$



Estos ángulos no tienen una gran precisión, pero cuando sólo se dispone de una cinta en terreno son de utilidad. Las distancias Aa y Ab deben ser iguales.

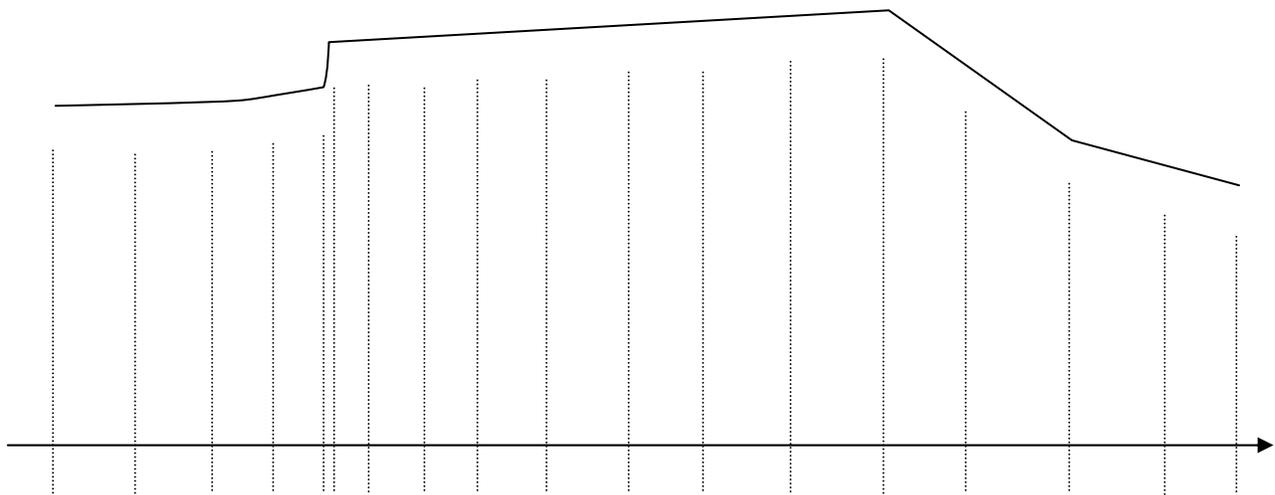
III.3.2 MEDICION DE PERPENDICULARES CON CINTA

Para trazar un ángulo recto en el terreno con una cinta, es recomendable utilizar el método del 3: 4: 5, por su rapidez y su forma sencilla de aplicarse



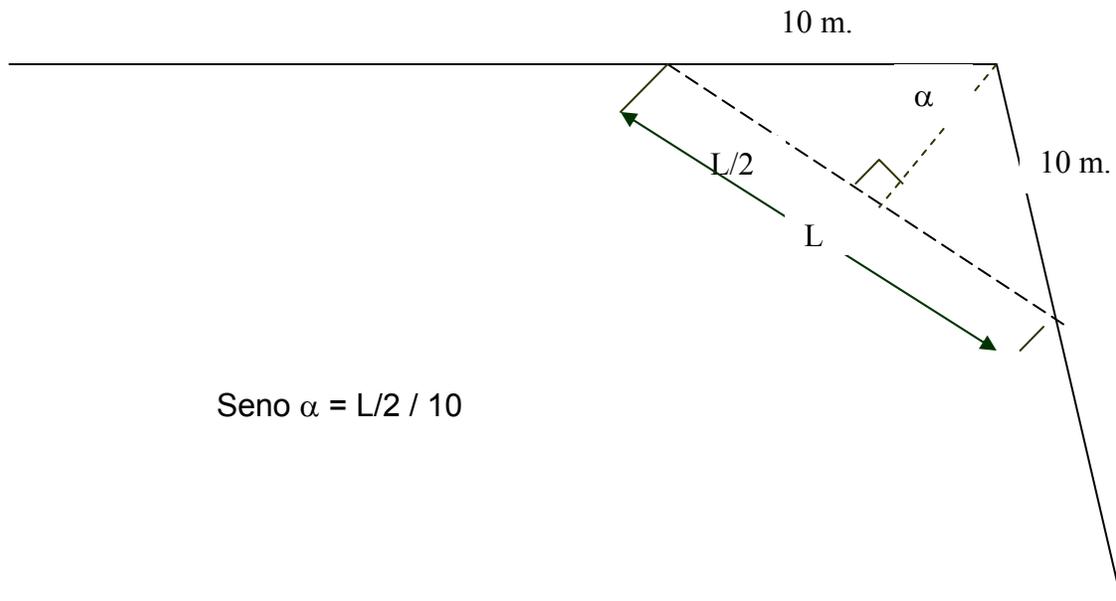
III.3.3 LÍMITES IRREGULARES

a. Cuando los límites de una propiedad no son regulares es necesario utilizar una localización mediante ordenadas perpendiculares a una línea recta sobre los límites de la propiedad.



b. Si el ángulo formado por dos líneas de un lindero de una propiedad no tiene una forma rectangular, se puede proceder a medir una distancia con la cinta a ambos extremos de la línea y luego se procede a medir la cuerda comprendida

entre las distancias, esto permite luego al dibujar el plano representar la inclinación de las líneas del lindero.



$$\text{Seno } \alpha = L/2 / 10$$

IV DIBUJO POR COORDENADAS DE UNA POLIGONAL

Los extremos de una poligonal por lo general tienen coordenadas cartesianas, esto nos permite poder dibujar esta figura y además es posible determinar la longitud de sus lados y la superficie.

Para dibujar esta poligonal primero es necesario crear un sistema de ejes X e Y, determinado el sistema cartesiano de coordenadas es necesario fijar la división en unidades de sus ejes en función de las coordenadas gráficas. Finalmente se procede a dibujar cada uno de los vértices del polígono y unirlos, quedando así formada la figura a representar.

EJERCICIO

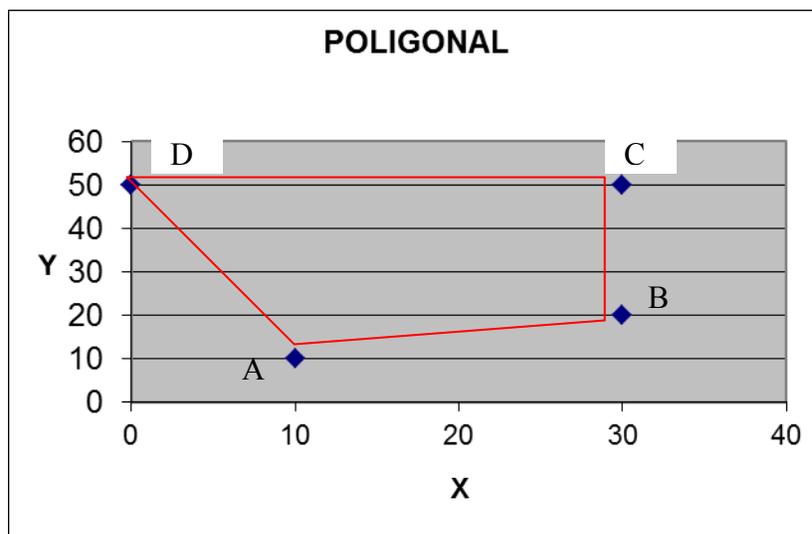
1. Dibujar el polígono cuyas coordenadas son:

	X (m.)	Y (m.)
A	10	10
B	30	20
C	30	50
D	0	50

1. Calcular la longitud de los lados del polígono.
2. Calcular la superficie del polígono del problema 1

DESARROLLO

1.- DIBUJO DEL POLÍGONO POR COORDENADAS



2.- CALCULO DE LONGITUD DE LADOS DEL POLÍGONO

$$LADO = \sqrt{(\Delta X^2 + \Delta Y^2)}$$

$$LADO AB = \sqrt{(20^2 + 10^2)} \Rightarrow AB = 22,36 \text{ metros}$$

$$LADO BC = \sqrt{(0^2 + 30^2)} \Rightarrow BC = 30,00 \text{ metros}$$

$$LADO CD = \sqrt{(30^2 + 0^2)} \Rightarrow CD = 30,00 \text{ metros}$$

$$LADO DA = \sqrt{(10^2 + 40^2)} \Rightarrow DA = 41,23 \text{ metros}$$

3.- CALCULO DE AREA DE LA POLIGONAL

$$\text{Superficie} = [(X_a * (Y_d - Y_b) + (X_b * (Y_a - Y_c) + X_c * (Y_b - Y_d) + X_d * (Y_c - Y_a))] / 2$$

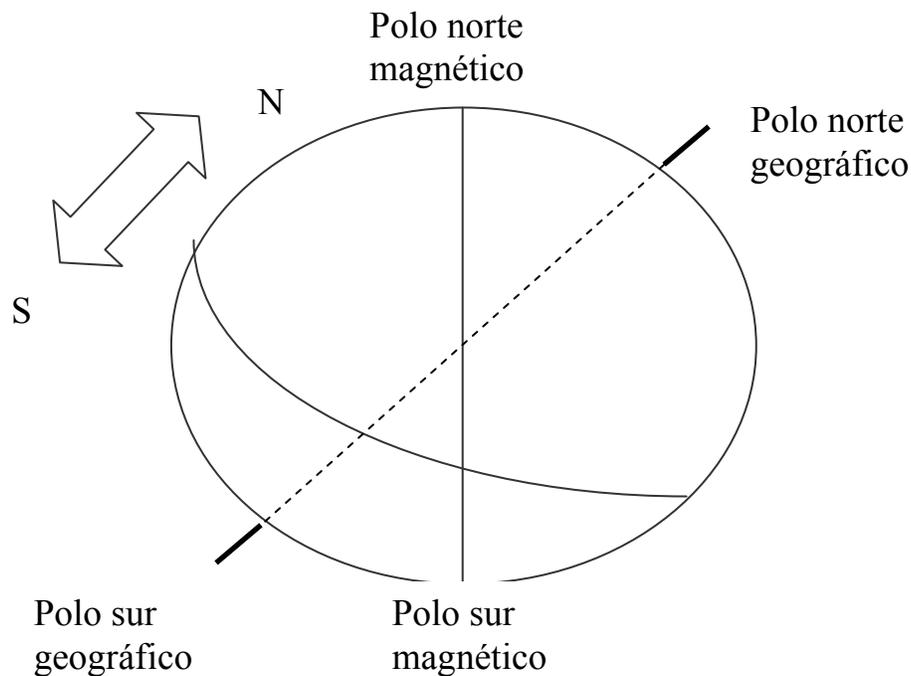
$$S = // (10 * (50 - 20) + 30 * (10 - 50) + 30 * (20 - 50) + 0 * (50 - 10)) / 2 //$$

$$S = 900 \text{ metros cuadrados}$$

V.- MAGNETISMO TERRESTRE

Si una aguja imantada se suspende por su centro de gravedad de manera que pueda girar libremente alrededor de él, se observa que, después de una serie de oscilaciones, toma una dirección fija que vuelve a recuperar siempre que se la separe de ella y se inclina más o menos respecto a la horizontal. Este hecho nos muestra que existe un campo magnético terrestre, comportándose la Tierra como un enorme imán con sus dos polos magnéticos. Estos polos se encuentran cerca de los polos geográficos, pero no coinciden con ellos y reciben el nombre de **Polo magnético Norte** y **Polo magnético Sur**.

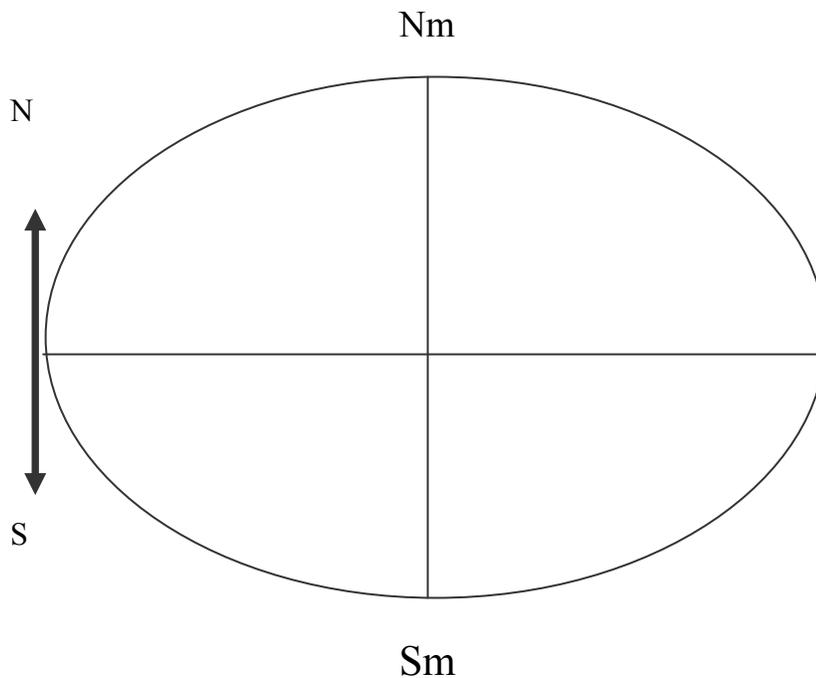
La aguja imantada muestra la dirección Norte-Sur, en su posición de equilibrio cuando se encuentra exenta de toda influencia magnética que no sea la del magnetismo terrestre. A la mitad de la aguja que muestra el norte se le llama aguja norte y a la otra mitad aguja sur.



V.1. INCLINACION MAGNÉTICA

La aguja magnética cuando encuentra su posición de equilibrio sigue la dirección de las líneas de fuerza de ese gran imán que es la tierra, y como esas líneas de fuerza no son paralelas a la superficie terrestre, salvo en el Ecuador, el eje de la aguja no queda horizontal, sino que, en el Hemisferio Norte dirige a tierra el extremo norte de la aguja y en el Hemisferio sur lo hace el extremo sur de la aguja.

El ángulo de inclinación que se forma con la dirección de la aguja se denomina inclinación magnética, su valor va de cero grado en el Ecuador hasta noventa grados en el Polo.



El ángulo de inclinación magnética no tiene gran utilidad en los trabajos de Topografía, razón por la cual, a las agujas magnéticas utilizadas en Topografía, para que permanezcan horizontales, se les equilibra, colocando por lo general, un

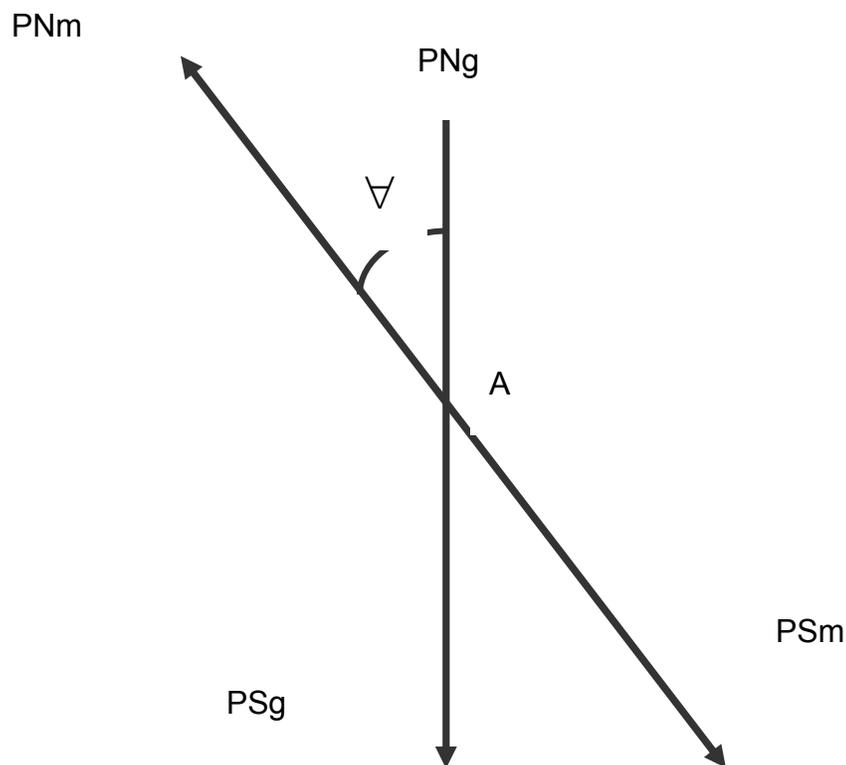
contrapeso en la parte de la aguja que apunta al Sur en el hemisferio Norte y al contrario en el Hemisferio Sur.

V.2. DECLINACION MAGNETICA

No coincidiendo los Polos Geográficos con los Polos Magnéticos es evidente que tampoco coincidirán los respectivos meridianos geográficos y magnéticos, sino que, en un punto cualquiera, ambas formarán un ángulo entre sí que se denomina

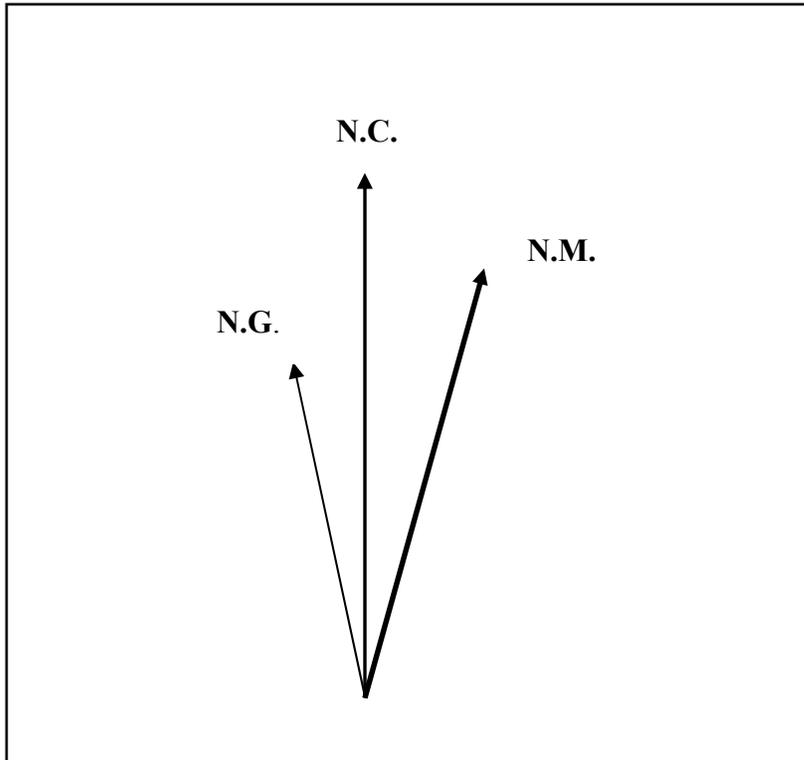
Declinación Magnética

Supongamos que en el plano horizontal de un punto A, PNg es el meridiano geográfico, y PNm el meridiano magnético, el ángulo Δ que se forma es el ángulo de declinación magnética.



V3. VARIACION DE LA DECLINACION MAGNETICA

La declinación magnética varía con el espacio y el tiempo, experimentando variaciones geográficas, periódicas, locales

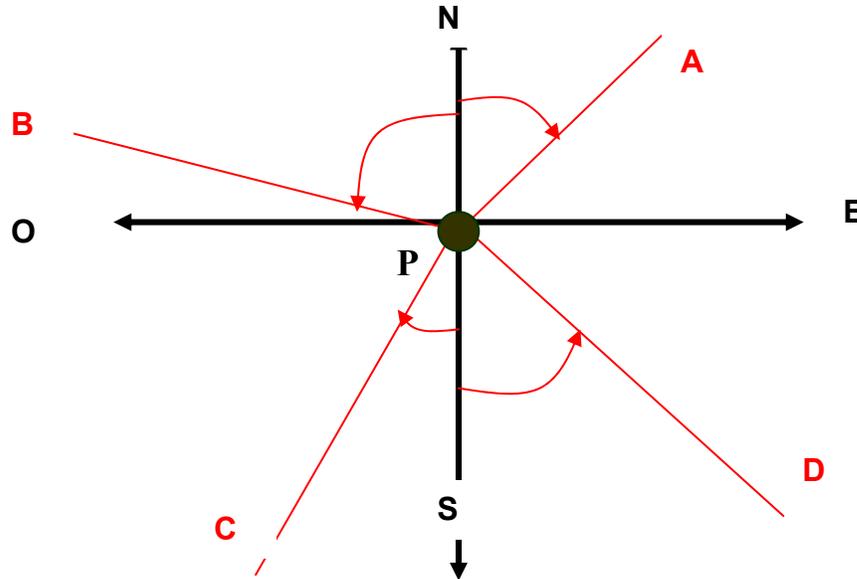


y accidentales. A lo largo de un año la variación es irregular, atribuyéndose estas variaciones del campo magnético terrestre a la actividad solar y a la época del año.

V.4. RUMBO MAGNETICO

Se denomina rumbo de una dirección al ángulo que forma con el Norte o Sur magnético. El rumbo de una línea se indica por el cuadrante en el que se encuentra y del ángulo agudo que la línea hace con el meridiano en ese cuadrante. Los cuadrantes se identifican por: NE, NO, SE y SO. Se debe anotar un rumbo, como por ejemplo N 32° E y se lee como Norte 32 grados Este.

EJEMPLOS DE RUMBOS



El Rumbo NPA es $N 21^{\circ} E$

El Rumbo NPB es $N 55^{\circ} 10' O$

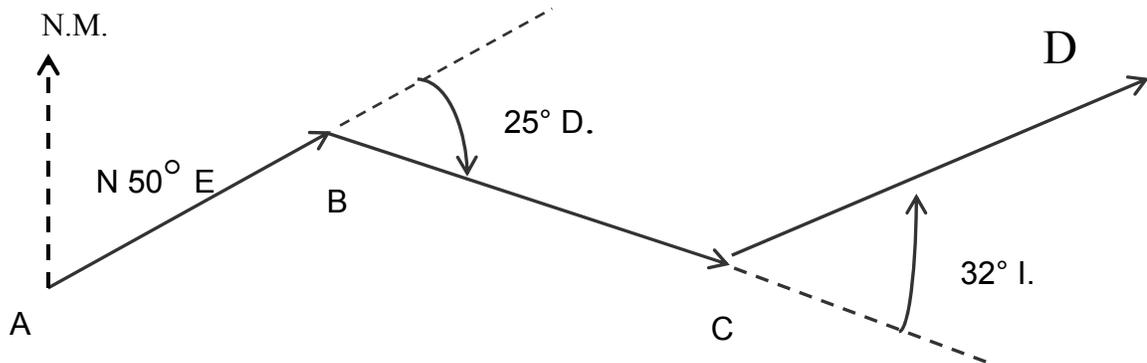
El Rumbo SPC es $S 38^{\circ} 45' O$

El Rumbo SPD es $S 45^{\circ} 35' E$

V.5. ANGULO DE DEFLEXIÓN

El ángulo entre una línea y la prolongación de la que sigue, se denomina **Angulo de Deflexión o Deflexión** solamente, los ángulos de deflexión se registran como derechos o izquierdos, según la línea de la cual se hacen las medidas quede a la derecha o a la izquierda de la prolongación de la línea que precede.

ANGULO DE DEFLEXION

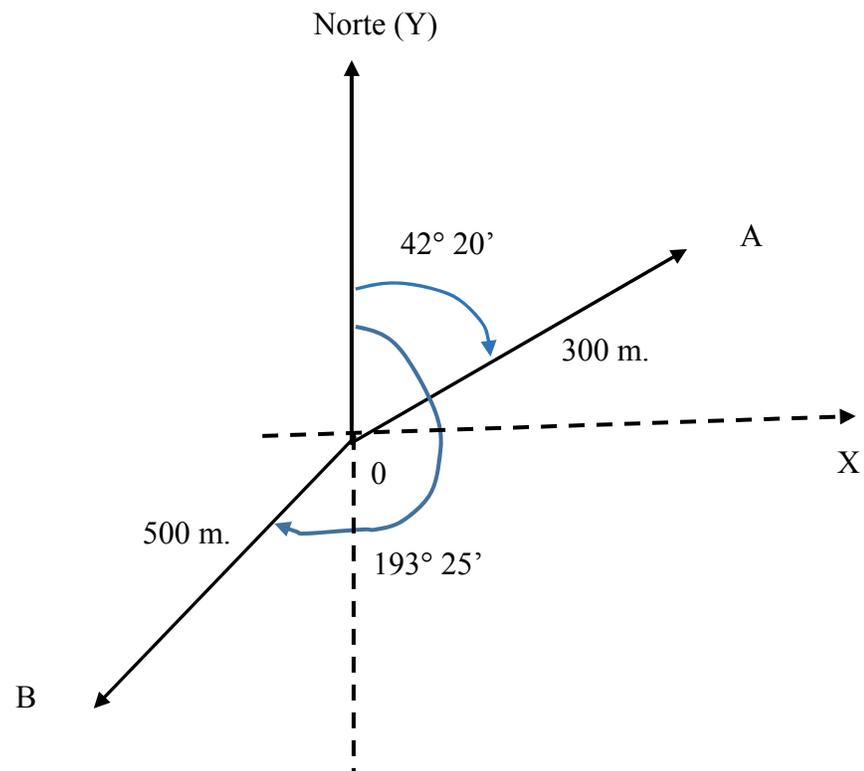


La línea AB tiene un rumbo de $N 50^\circ E$. De la estación B a la estación C se mide un ángulo de deflexión de 25° a la Derecha. De la estación C se mide un ángulo de deflexión de 32° a la Izquierda en dirección a la estación D.

V.6. ACIMUT MAGNETICO

El acimut de una línea es su dirección dada por el ángulo entre el meridiano y la línea, medida en dirección del movimiento de las agujas del reloj. En el hemisferio Sur los acimuts deben ir referidos al Polo Sur geográfico determinado por medio de observaciones astronómicas. En topografía, se puede utilizar como referencia el norte o el sur magnético.

La medición del acimut de un punto respecto al norte magnético o desde el sur, complementada con la medición de la distancia permite obtener sus coordenadas.



El Acimut de la línea OA corresponde a $42^{\circ} 20'$ desde el norte

El acimut de la línea OB corresponde a $193^{\circ} 25'$ desde el norte

La distancia medida en la línea OA es de 300 metros

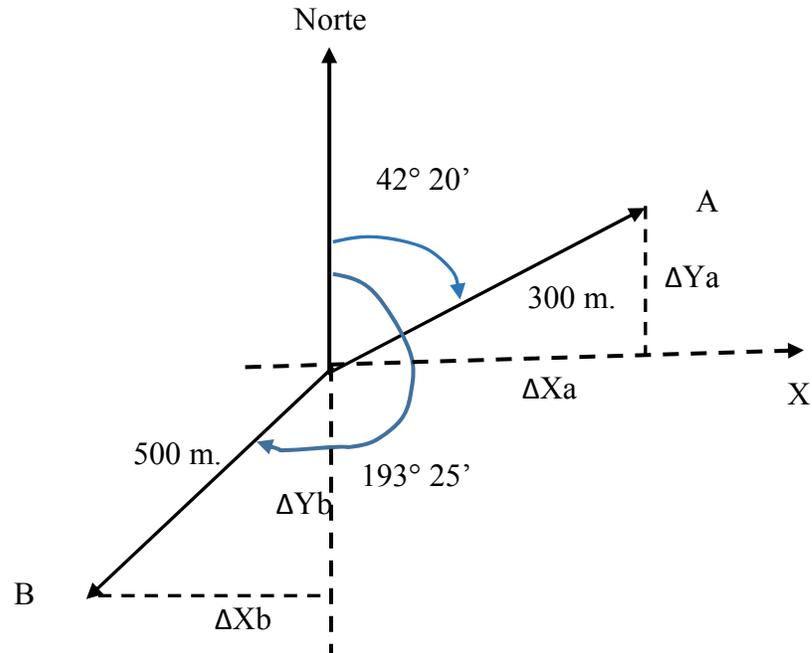
La distancia medida en la línea OB es de 500 metros

La coordenada del punto 0 es:

X= 1000 metros

Y = 1000 metros

Calculo de Coordenadas de los puntos A y B, considerando su acimut y distancia



a) Calculo coordenada del punto A

$$\text{Cos } 42^{\circ} 20' = \Delta Y / 300$$

$$300 * \text{cos } 42^{\circ} 20' = \Delta Y = 221.77 \text{ metros}$$

$$\text{Seno } 42^{\circ} 20' = \Delta X / 300$$

$$300 * \text{seno } 42^{\circ} 20' = \Delta X = 202.03 \text{ metros}$$

$$X_a = 1000 \text{ metros} + 202.03 \text{ metros}$$

$$\mathbf{X_a = 1202.03 \text{ metros}}$$

$$Y_a = 1000 \text{ metros} + 221.77 \text{ metros}$$

$$\mathbf{Y_a = 1221.77 \text{ metros}}$$

b) Calculo coordenada del punto B

$$\text{Coseno } 193^{\circ} 25' = \Delta Y/500$$

$$500 * \text{coseno } 193^{\circ} 25' = \Delta Y = - 486.35 \text{ metros}$$

$$\text{Seno } 193^{\circ} 25' = \Delta X/500$$

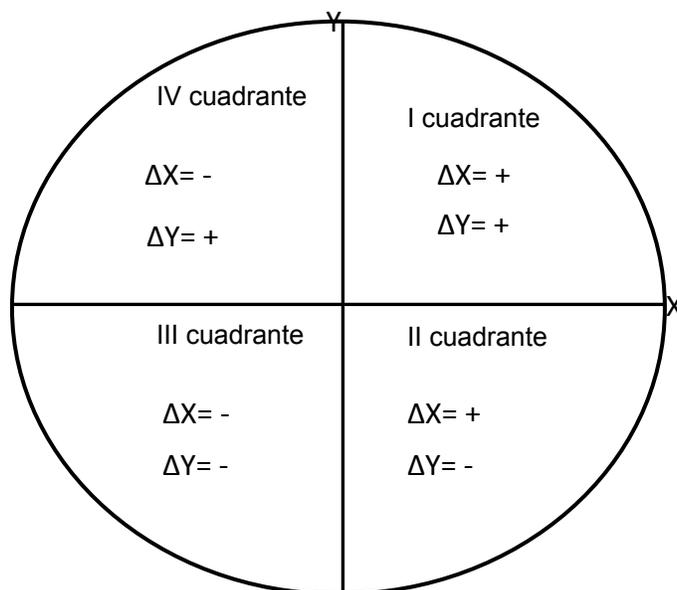
$$500 * \text{seno } 193^{\circ} 25' = \Delta X = -116.02 \text{ metros}$$

$$\mathbf{X_b = 1000 + (- 116.02) = 883.98 \text{ metros}}$$

$$\mathbf{Y_b = 1000 + (- 486.25) = 513.65 \text{ metros}}$$

Tabla de Coordenadas de puntos base y medidos

Punto	Coordenada X (metros)	Coordenada Y (metros)
0	1000	1000
A	1202.03	1221.77
B	883.98	513.85



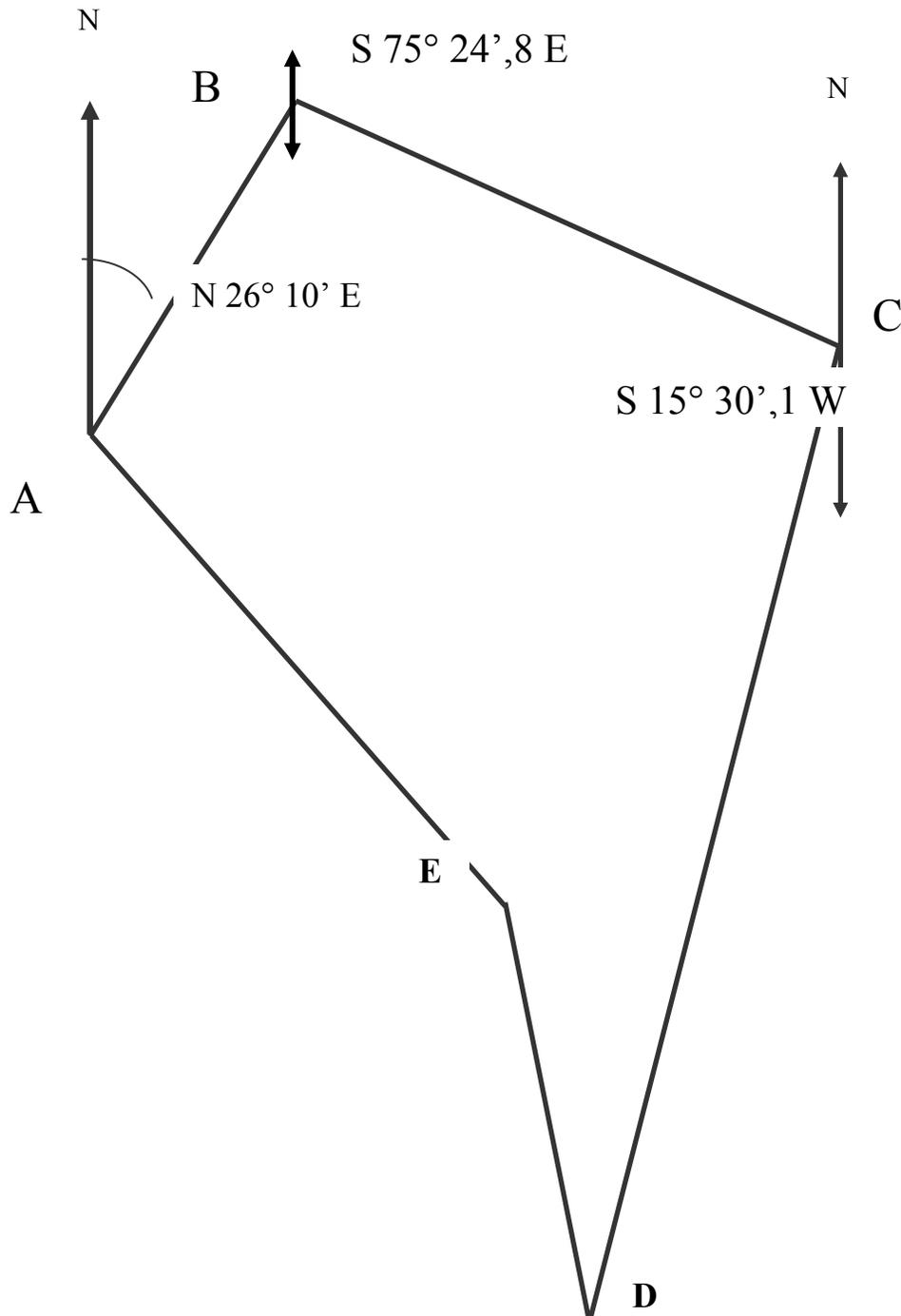
V.7. CALCULO DE UNA POLIGONAL MEDIANTE RUMBOS

Se ha medido una poligonal utilizando Rumbos, las distancias han sido medidas al centímetro.

- Dibujar la Poligonal mediante la radiación de los Rumbos y las distancias
- Calcular las coordenadas de los vértices del polígono
- Calcular la superficie de la poligonal, mediante el sistema de coordenadas.

ESTACION	ESTACION OBSERVADA	RUMBOS	DISTANCIAS (en metros)
A	B	N 26° 10' E	285,10
B	C	S 75° 24',8 E	610,45
C	D	S 15° 30',1 W	720,48
D	E	N 01° 41',5 W	203,00
E	A	N 53° 05',9 W	647,02

A) Dibujo de la Poligonal



B).- CALCULO DE COORDENADAS**B.1. CALCULO DE VARIACION DE COORDENADAS**

$$\Delta X_{ab} = 285,10 * \text{seno} (26^\circ 10') = + 125,72 \text{ m.}$$

$$\Delta Y_{ab} = 285,10 * \text{coseno} (26^\circ 10') = + 255,88 \text{ m.}$$

$$\Delta X_{bc} = 610,45 * \text{seno} (75^\circ 24' 48'') = + 590,77 \text{ m.}$$

$$\Delta Y_{bc} = 610,45 * \text{coseno} (75^\circ 24' 48'') = - 153,74 \text{ m.}$$

$$\Delta X_{cd} = 720,48 * \text{seno} (15^\circ 30' 06'') = - 192,56 \text{ m.}$$

$$\Delta Y_{cd} = 720,48 * \text{coseno} (15^\circ 30' 06'') = - 694,27 \text{ m.}$$

$$\Delta X_{de} = 203,00 * \text{seno} (01^\circ 41' 30'') = - 5,99 \text{ m.}$$

$$\Delta Y_{de} = 203,00 * \text{coseno} (01^\circ 41' 30'') = + 202,91 \text{ m.}$$

$$\Delta X_{ea} = 647,02 * \text{seno} (53^\circ 05' 54'') = - 517,40 \text{ m.}$$

$$\Delta Y_{ea} = 647,02 * \text{coseno} (53^\circ 05' 54'') = + 388,50 \text{ m.}$$

Distancia total (perímetro)= 2.466,05 metros

Estación	Estación Observada	ΔX (m.)	ΔY (m.)	X (m.)	Y(m.)
A		-	-	1.000	1.000
A	B	+125,72	+255,88	1.125,72	1255,88
B	C	+590,77	-153,74	1.716,49	1.102,14
C	D	-192,56	-694,27	1.523,93	407,87
D	E	-5,99	+202,91	1.517,94	610,78
E	A	-517,40	+388,50	1.000,54	999,28
			error de cierre	+ 0,54	- 0,72

B.2.- COMPENSACION DE COORDENADAS

B.2.1 COMPENSACION DE COORDENADAS “ X “

$$0,54/2.466,05 = 0,0002190$$

$$Cab = 0,0002190 * 285,10 = 0,06 \text{ m.}$$

$$Cbc = 0,0002190 * (285,10+610,45) = 0,20 \text{ m.}$$

$$Ccd = 0,0002190 * (285,10+610,45+720,48) = 0,35 \text{ m.}$$

$$Cde = 0,0002190 * (285,10+610,45+720,48+203,0)=0,4 \text{ m.}$$

$$Cea = 0,0002190 * (2466,05) = 0,54 \text{ m.}$$

B.2.2 COMPENSACION DE COORDENADAS “ Y “

$$0,72/2.466,05 = 0,0002920$$

$$Cab = 0,0002920 * (285,10) = 0,08 \text{ m.}$$

$$Cbc = 0,0002920 * (285,10+610,45) = 0,26 \text{ m.}$$

$$Ccd = 0,0002920 * (285,10+610,45+720,48) = 0,47 \text{ m.}$$

$$Cde = 0,0002920 * (285,10+610,45+720,48+203,0)= 0,53 \text{ m.}$$

$$Cea = 0,0002920 * (2.466,05) = 0,72 \text{ m.}$$

B.2.3 OBTENCION DE COORDENADAS COMPENSADAS FINALES DE LA POLIGONAL

ESTACION	X	Y	Cx	Cy	Xf	Yf
A	1.000,00	1.000,00	---	---	1.000,00	1.000,00
B	1.125,72	1.255,88	-0,06	+0,08	1.125,66	1.255,96
C	1716,49	1.102,14	-0,20	+0,26	1.716,29	1.102,40
D	1.523,93	407,87	-0,35	+0,47	1.523,58	408,34
E	1.517,94	610,78	-0,40	+0,53	1.517,54	611,31
A	1.000,54	999,28	-0,54	+0,72	1.000,00	1.000,00

C) CALCULO DE SUPERFICIES MEDIANTE EL SISTEMA DE COORDENADAS.

X	Y
Xa	Ya
Xb	Yb
Xc	Yc
Xd	Yd
Xe	Ye
Xa	Ya

$$2*AREA = (X_b*Y_a + X_c*Y_b + X_d*Y_c + X_a*Y_e) - (X_a*Y_b + X_b*Y_c + X_c*Y_d + X_d*Y_e + X_e*Y_a)$$

$$2* AREA = X_a [Y_e - Y_b] + X_b [Y_a - Y_c] + X_c [Y_b - Y_d] + X_d [Y_c - Y_e] + X_e [Y_d - Y_a]$$

ESTACION	X (m.)	Y (m.)	+ (m ²)	- (m ²)
A	1000,00	1000,00		
B	1125,66	1255,96	1125660,00	1255960,00
C	1716,29	1102,40	2155591,59	1240927,58
D	1523,58	408,34	1679594,59	700829,86
E	1517,54	611,31	619672,28	931379,69
A	1000,00	1000,00	611310,00	1517540,00
		SUMA	6.191.828,46	5.646.637,13

$$2* AREA = 6.191.828,46 - 5.646.637,13$$

$$2 * AREA = 545.191,33 \text{ metros cuadrados}$$

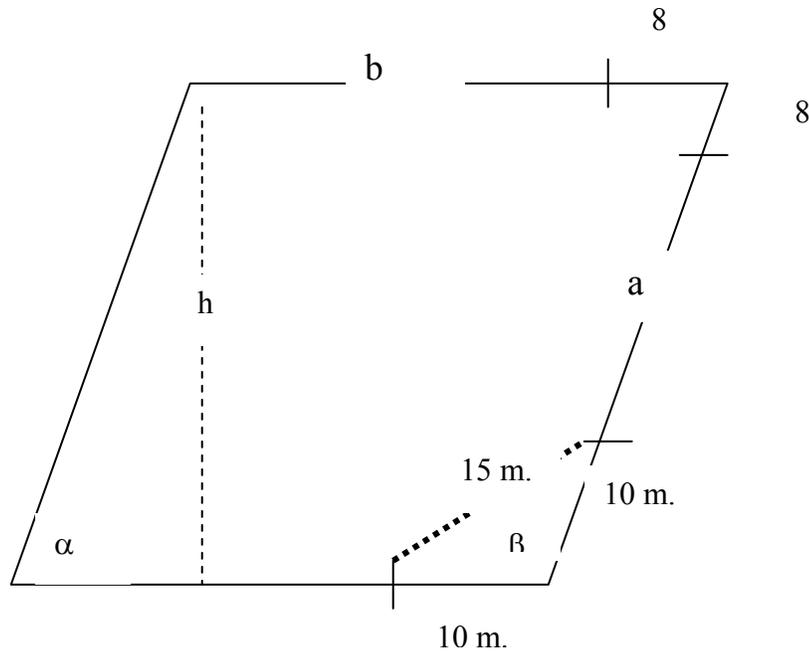
AREA = 272.595,67 metros cuadrados

AREA = 27,26 Hectáreas

AREA = 0,2726 Kilómetros cuadrados

Ejercicios Propuestos

1.- Calcular la superficie del Paralelogramo que se indica:



-a = 800 metros

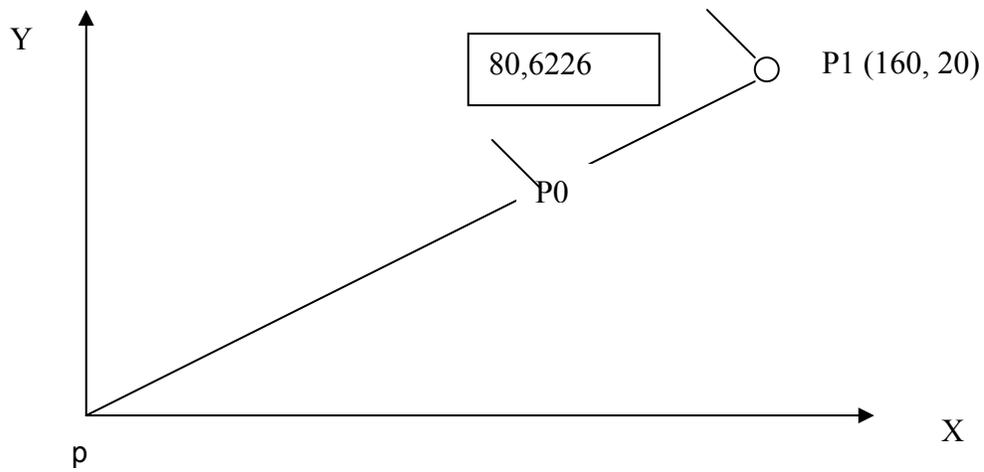
-b= 600 metros

$$\boxed{\text{SUPERFICIE} = b * h}$$

2.- En una carta 1: 2.000.000 la Región Metropolitana de Santiago está representada en $39,5 \text{ cm}^2$. ¿Cuál es su superficie real? Exprese el resultado en Kilómetros cuadrados.

3.- ¿Qué escala tiene una carta, si Uruguay, cuya superficie es de 178.000 Km^2 está representada en $111,25 \text{ cm}^2$?

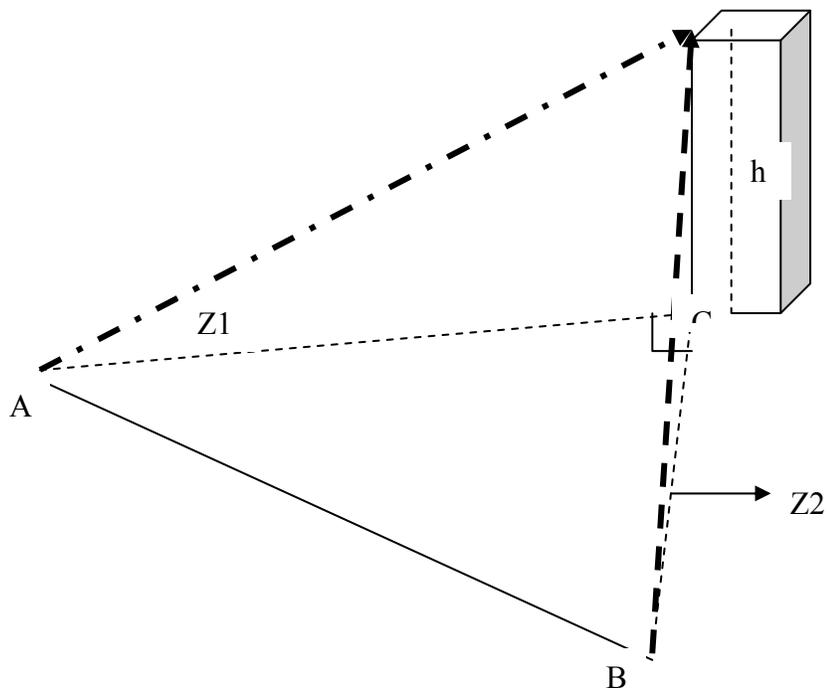
4.- Determine las coordenadas X e Y del punto P0 que se encuentra en la alineación P-P1



Distancia P0 a P1 es de 80,6226 metros

5.- Calcule la altura del edificio. Se ha medido con cinta la distancia $AB = 120$ metros. Los ángulos de elevación son $Z1$ y $Z2$.

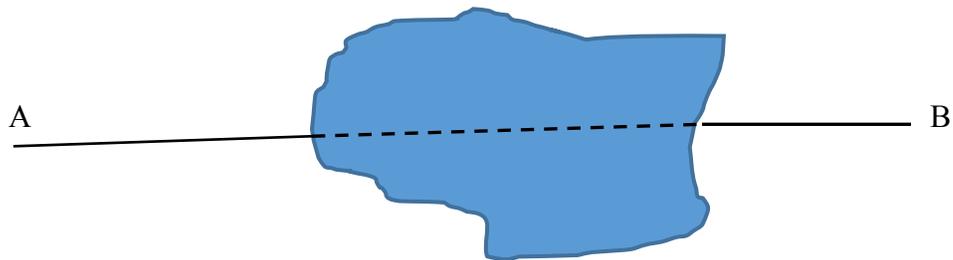
$Z1 = 2^\circ 30'$ $Z2 = 3^\circ 10'$



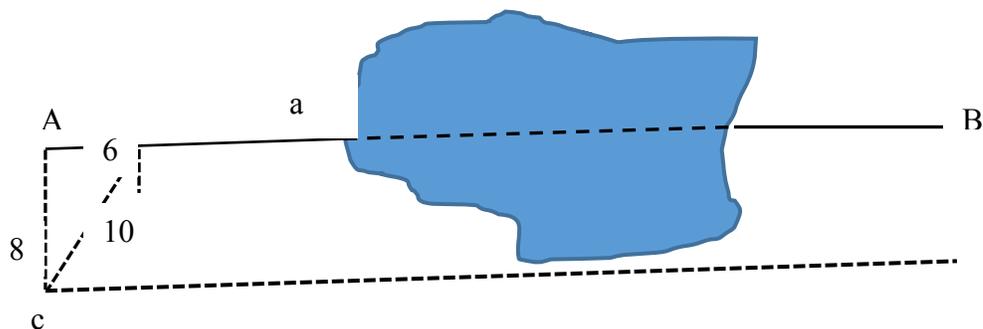
6.- Proyectar una alineación en una recta con obstáculo con una huincha

Se parte del punto A y se desea proyectar la recta hasta el punto B, pero un obstáculo se interpone.

Solución: Para lograr el objetivo propuesto se propone el método del 3:4:5 que permite sortear el obstáculo manteniendo la alineación solicitada.



Desde el Punto A se mide con una huincha la distancia de 6 metros sobre la línea Aa, perpendicular a la línea Aa se miden 8 metros, la diagonal debe medir 10 metros. Comprobada la formación del triángulo rectángulo. Desde el punto c, generado, se procede a medir un ángulo recto desde la línea Ac, utilizando nuevamente el procedimiento del 3:4:5 y se proyecta la alineación hasta llegar al punto B, luego con un ángulo recto se replantea el punto B y la alineación ha quedado terminada

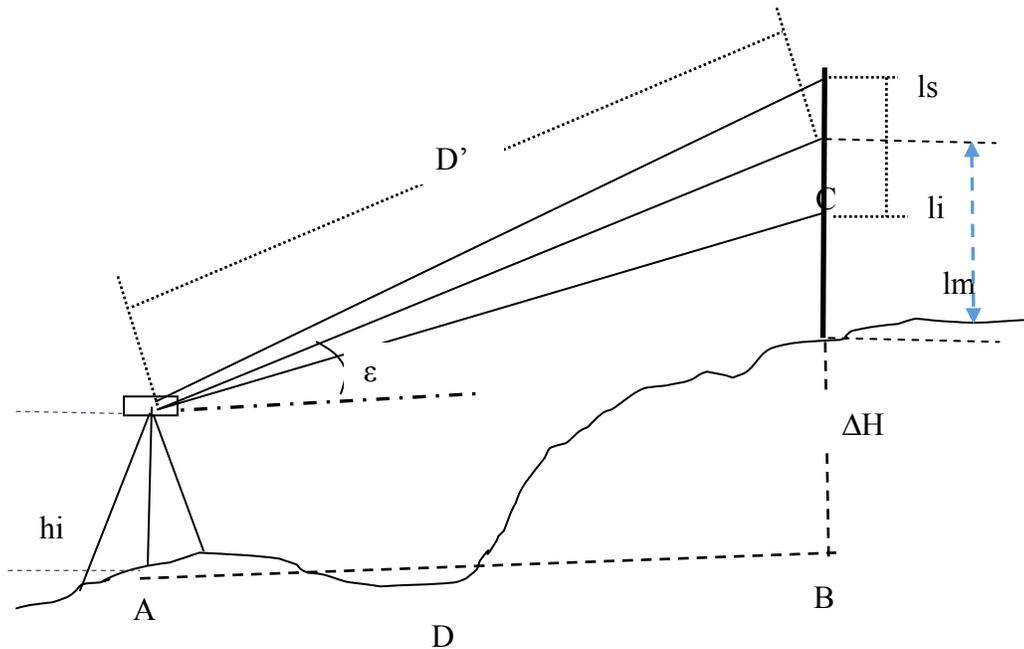


VI.- Medición de ángulos y distancias

VI.1.- Taquimetría

La taquimetría es un procedimiento indirecto de medición, permite determinar la posición de un punto sobre el terreno mediante la obtención de ángulos y distancia. Se obtiene al mismo tiempo el levantamiento planimétrico y altimétrico en el terreno. El instrumento utilizado en este tipo de medición es el taquímetro. Este tipo de levantamiento se realiza en la mensura de terrenos de poca extensión pero que se necesita conocer en detalle.

Medición de distancia taquimétrica



El ángulo ε , corresponde al ángulo de elevación de la visual

$D =$ es la distancia horizontal AB

$\Delta H =$ es la diferencia de elevación entre los puntos A y B

$D' =$ distancia inclinada entre los puntos A y B

$l_s =$ lectura superior sobre la mira

$l_i =$ lectura inferior sobre la mira

$l = l_s - l_i$

l_m = lectura del hilo medio, punto C

Distancia Horizontal (D)

h_i = altura instrumental

$$D = K \cdot l \cdot \text{seno}^2 \varepsilon$$

K = constante estadimétrica = 100

$$D = 100 \cdot l \cdot \text{seno}^2 \theta \text{ (ángulo cenital medido)}$$

Desnivel (ΔH)

$$\Delta H = K \cdot l \cdot \text{coseno} \varepsilon \cdot \text{seno} \varepsilon + h_i - l_m$$

$$\Delta H = 100 \cdot l \cdot \text{coseno} \varepsilon \cdot \text{seno} \varepsilon + h_i - l_m$$

$$\Delta H = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot 100 \cdot l \cdot \text{seno} 2\varepsilon + h_i - l_m$$

Ejercicio

Se ha medido desde un punto A a B, los valores de la medición son los siguientes:

$l_s = 2.40$ m.

$l_i = 1.00$ m.

$h_i = 1.45$ m.

$l_m = 1.70$ m.

Angulo de elevación = + 1° 18' 20"

Ángulo cenital = 88° 41' 40"

$l = 1.40$

$K \cdot l = 140$ metros

$$D = 140 \cdot \text{coseno}^2 (1^\circ 18' 20'') \text{ (aquí se utilizó el ángulo de elevación)}$$

$$\Delta H = 0.5 \cdot 140 \cdot \text{sen} (2 \cdot (1^\circ 18' 20'')) + 1.45 - 1.70$$

D = 139.93 metros

$\Delta H = + 2.94$ metros

$$D = 140 \cdot (\text{seno} (\text{cenital medido}))^2$$

D = 139.93 metros

$$\Delta H = 0.5 \cdot 140 \cdot \text{seno} (2 \cdot \text{cenital medido}) + 1.45 - 1.70$$

$\Delta H = + 2.94$ metros

Calculo de una Poligonal taquimétrica

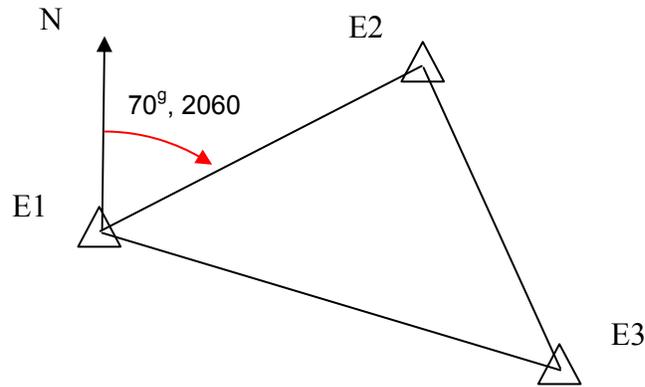
Estación	X (m.)	Y (m.)	Cota (m.)	Acimut al Norte
E1	1000.00	1000.00	100.00	70 ^g . 2060

ESTACION	PUNTO	ANGULO	ANGULO	INFERIOR	HILOS		Generador
					MEDIO	SUPERIOR	
hi		HORIZONTAL	VERTICAL				
E1	E2	0,0000	102,0900	1,220	1,51	1,805	58.5
	1,51 E3	38,3840	105,6420	1,172	1,51	1,850	67.8
E2	E1	0,0000	97,5100				
	1,46 E3	305,7960	106,1090	1,262	1,46	1,650	38.8
E3	E1	0,0000	94,0280	1,145	1,48	1,825	68.0
	1,48 E2	67,4200	92,7240				
			RELLENO				
E1	E2	0,0000					
	1,51						

Calculo de Distancia Horizontal, Desnivel

ESTACION	PUNTO	ANGULO	ANGULO	Generador	Distancia	Desnivel	H señal
hi		HORIZONTAL	VERTICAL		Horizontal		
E1	E2	0,0000	102,0900	58.5	58.44	-1.92	1.51
1,51	E3	38,3840					
E2	E1	0,0000	97,5100				
1,46	E3	305,7960	106,1090	38.8	38.44	-3.70	1.46
E3	E1	0,0000	94,0280	68.0	67.36	+ 6.34	1.48
1,48	E2	67,4200	92,7240				
			RELLENO				
E1	E2	0,0000					
1,51							

CALCULO DE POLIGONAL



El error de cierre de la poligonal de 60 segundos centesimal se repartirá en cada ángulo de la poligonal (Error de cierre/Número de lados) = $60/3 = 20^{cc}$

Estación	Punto Visado	Ángulo Horizontal	Ángulos corregidos
E1	E2	00.0000	
	E3	38.3820	38.3800
E2	E1	00.0000	
	E3	305.7960	94.2020
E3	E1	00.0000	
	E2	67.4200	67.4180
Suma		200.0060	200.0000
Error de cierre		00.0060	

Cierre de la altimetría de la poligonal

Estaciones	Distancia Horizontal (m.)	Desnivel (m.)	Cota (m.)
E1 a E2	58.44	-1.92	98.08
E2 a E3	38.44	-3.70	94.38
E3 a E1	67.36	+6.34	100.72
Suma	164.24	+ 0.72	
Error de cierre			+ 0.72

El error de cierre es de +0.72 metros, la compensación se realizará mediante la distribución del error en función de la distancia:

Factor de corrección = (error de cierre/suma de la distancia) = (+0.72/164.24)

Factor de corrección (FC) = 0.004383829

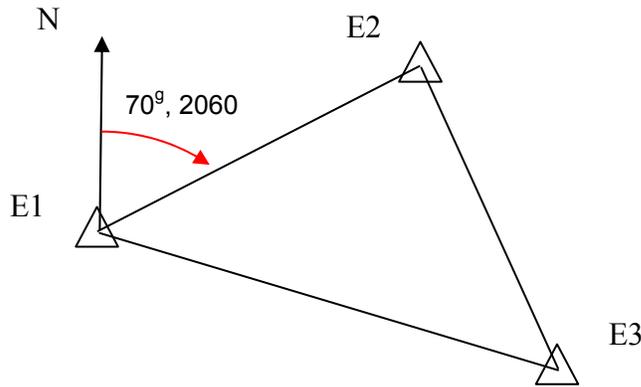
Corrección de E1 a E2 = FC * 58.44 = -0.26 m.

Corrección de E2 a E3 = FC * (58.44 + 38.44) = -0.42 m.

Corrección de E3 a E1 = FC * (58.44+38.44+67.24) = -0.72 m.

Estaciones	Distancia Horizontal	Cota	Corrección	Cota Compensada
E1 a E2	58.44	98.08	-0.26	97.82
E2 a E3	38.44	94.38	-0.42	93.96
E3 a E1	67.36	100.72	-0.72	100.00
Suma	164.24			
Error de Cierre		+ 0.72		0.00

Calculo de acimut de la poligonal



Acimut E2 a E3 = $70^{\circ}.2060 + 200^{\circ} - 94^{\circ}.2020 = 176^{\circ}.0040$

Acimut E3 a E1 = $176^{\circ}.0040 + 200^{\circ} - 67^{\circ}.4180 = 308^{\circ}.5860$

Comprobación de cierre de acimut

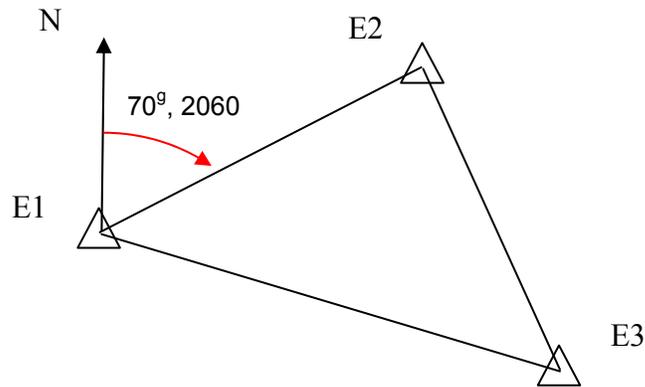
Acimut E1 a E2 = $308^{\circ}.5860 + 200^{\circ} - 38^{\circ}.3800 = 70^{\circ}.2060$

Cuadro resumen compensada de las mediciones de la poligonal

Estaciones	Distancia Horizontal	Angulo Horizontal corregido	Azimut de la línea desde el norte (α)	Cota Compensada
E1 a E2	58.44	98.08	70 ^g .2060	97.82
E2 a E3	38.44	94.38	176 ^g .0040	93.96
E3 a E1	67.36	100.72	308 ^g .5860	100.00

Estación	X (m.)	Y (m.)	Cota (m.)	Acimut al Norte a E2
E1	1000.00	1000.00	100.00	70 ^g . 2060

Calculo de coordenadas de la Poligonal



$$\Delta X_{12} = D_{12} \cdot \text{sen}\alpha_1 = 52.16 \text{ m.}$$

$$\Delta Y_{12} = D_{12} \cdot \text{cos}\alpha_1 = 26.36 \text{ m.}$$

$$\Delta X_{23} = D_{23} \cdot \text{sen}\alpha_2 = 14.15 \text{ m.}$$

$$\Delta Y_{23} = D_{23} \cdot \text{cos}\alpha_2 = -35.74 \text{ m.}$$

$$\Delta X_{31} = D_{31} \cdot \text{sen}\alpha_3 = -66.75 \text{ m.}$$

$$\Delta Y_{31} = D_{31} \cdot \text{cos}\alpha = 9.06$$

Estaciones	ΔX	ΔY	Coordenada calculada X	Coordenada calculada Y
E2	52.16	26.36	152.16	126.36
E3	14.15	-35.74	166.31	90.62
E1	-66.75	9.06	99.81	99.68
Error de cierre			-0.19	-0.32

El error de cierre en coordenadas es de -0.19 metros en X y de -0.32 en Y

La compensación se realizará mediante la distribución de los errores de cierre proporcional a la distancia recorrida por la poligonal (164.24 metros)

Factor de corrección en X= error de cierre/distancia total = $-0.19/164.24$

Corrección X de E1 a E2 = $0.001156844 \cdot 58.44 = +0.07$ m.

Corrección X de E2 a E3 = $0.001156844 \cdot (58.44+38.44) = +0.11$ m.

Corrección X de E3 a E2 = $0.001156844 \cdot (164.24) = +0.19$ m.

Factor de corrección en Y= error de cierre/distancia total = $-0.32/164.24$

Corrección Y de E1 a E2 = $0.001948368 \cdot 58.44 = +0.11$ m.

Corrección Y de E2 a E3 = $0.001948368 \cdot (58.44+38.44) = +0.19$ m

Corrección Y de E3 a E2 = $0.001948368 \cdot (164.24) = +0.32$ m

Estaciones	ΔX	ΔY	X	Corrección (+)	Y	Corrección (+)
E1 a E2	52.16	26.36	152.16	0.07	126.36	0.11
E2 a E3	14.15	-35.74	166.31	0.11	90.62	0.19
E3 a E1	-66.75	9.06	99.81	0.19	99.68	0.32
Error de cierre			-0.19		-0.32	

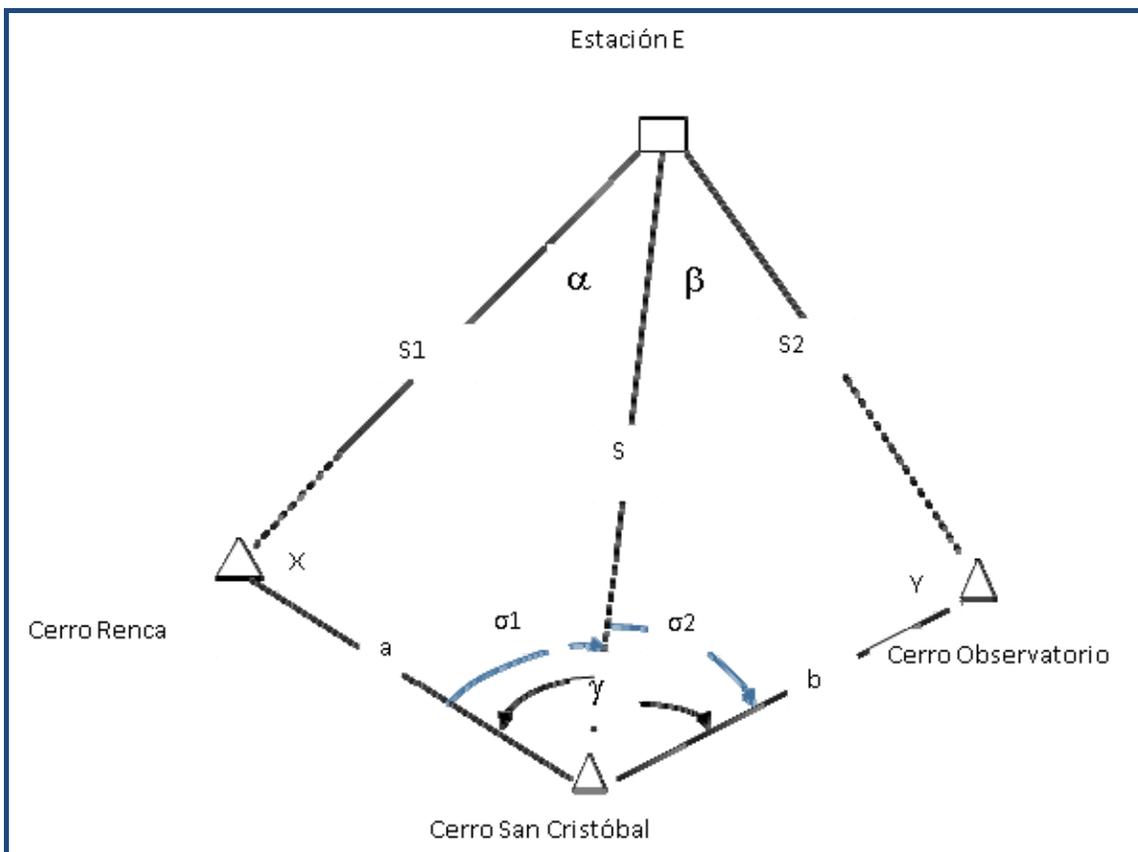
Poligonal Ajustada

Estaciones	X final	Y final	Cota final
E2	152.23	126.47	97.82
E3	166.42	90.81	93.96
E1	100.00	100.00	100.00

VI.2. Medición Expeditiva con un taquímetro o teodolito

VI.2.1 Método del Pothenet

Este método de medición de posición de un punto sobre la superficie de la tierra tiene carácter expeditivo, pero permite obtener las coordenadas de un punto midiendo ángulos a puntos conocidos, cuyas coordenadas se puedan interpolar de una carta o se conozcan.



En el ejemplo se pretende conocer la posición de la estación **E** mediante las observaciones a los cerros Renca, San Cristóbal y Observatorio. El procedimiento consiste en: Estacionado en la estación E observar los ángulos a tres cerros conocidos (α y β) cuyas coordenadas se interpolan de una carta (en el ejemplo).

El cálculo de la posición de **E** se realiza mediante el siguiente análisis:

$$\alpha + \beta + \gamma + X + Y = 400^{\circ}$$

$$X + Y = 400^{\circ} - (\alpha + \beta + \gamma)$$

$$\frac{S}{\text{SEN} X} = \frac{a}{\text{SEN} \alpha} \Rightarrow S = a * \frac{\text{SEN} X}{\text{SEN} \alpha}$$

$$\frac{S}{\text{SENY}} = \frac{b}{\text{SEN} \beta} \Rightarrow S = b * \frac{\text{SENY}}{\text{SEN} \beta}$$

$$\frac{\text{SEN} X}{\text{SENY}} = \frac{b}{a} * \frac{\text{SEN} \alpha}{\text{SEN} \beta}$$

$$X = (X+Y) - Y ; \text{ por lo tanto : Sen } X = \text{Sen} [(X+Y) - Y]$$

$$\text{Seno } X = \text{Seno } (X+Y) * \text{Coseno } y - \text{Coseno}(X+Y) \text{Seno } y$$

$$[\text{Seno } (X+Y) * \text{cos} Y - \text{cos}(X+Y) * \text{seno } Y] / \text{seno } Y = (b * \text{seno } \alpha) / (a * \text{seno } \beta)$$

$$\text{Sen}(X+Y) * \text{Cot } Y - \text{Cos } (X+Y) = ((b * \text{seno } \alpha) / (a * \text{seno } \beta)), \text{ dividiendo por seno}(X+Y)$$

$$\text{Sen}(X+Y) * \text{ctg } Y - \text{cos}(X+Y) = ((b * \text{seno } \alpha) / (a * \text{seno } \beta)), \text{ dividiendo por sen}(X+Y)$$

$$\text{Ctg } Y = ((b * \text{seno } \alpha) / (a * \text{seno } \beta)) + \text{Ctg } (X+Y)$$

Resuelta la incógnita Y, el valor de X se puede determinar sin mayor dificultad. Con la determinación de las incógnitas X e Y el problema se encuentra resuelto.

Nota: El ángulo γ debe deducirse de las coordenadas de los cerros observados

Ejercicio

Datos de terreno (grados centesimales):

$$\alpha = 15^{\text{g}},8860$$

$$\beta = 15^{\text{g}},0560$$

Valores obtenidos por interpolación de una carta topográfica:

ESTACION	Y	X	COTA
Cerro Renca	6304125	340912	903
Cerro San Cristóbal	6300500	348250	825
Cerro Observatorio	6303750	357125	850

$$\alpha + \beta + \gamma + X + Y = 400^{\text{g}}$$

$$X + Y = 400 - (\alpha + \beta + \gamma)$$

$$(S/\text{Sen } X) = (a/\text{Sen } \alpha) \Rightarrow S = a * (\text{Sen } X/\text{sen } \alpha)$$

$$(S/\text{Sen } Y) = (a/\text{Sen } \beta) \Rightarrow S = b * (\text{Sen } Y/\text{sen } \beta)$$

$$a * (\text{Sen } X/\text{sen } \alpha) = b * (\text{Sen } Y/\text{sen } \beta)$$

$$(\text{Sen } X/\text{Sen } Y) = (b * \text{sen } \alpha/a * \text{sen } \beta)$$

$$X + Y = (X + Y) - Y$$

$$\text{Sen } X = \text{Sen } [(X + Y) - Y]$$

$$\text{Sen } X = \text{sen}(X + Y) * \cos Y - \cos (X + Y) * \text{sen } Y$$

$$\left(\frac{\text{Sen} X}{\text{Sen} Y}\right) = \left[\frac{\text{sen}(X+Y) \cdot \text{Cos} Y}{\text{sen} Y} - \frac{\text{cos}(X+Y) \cdot \text{sen} Y}{\text{sen} Y}\right]$$

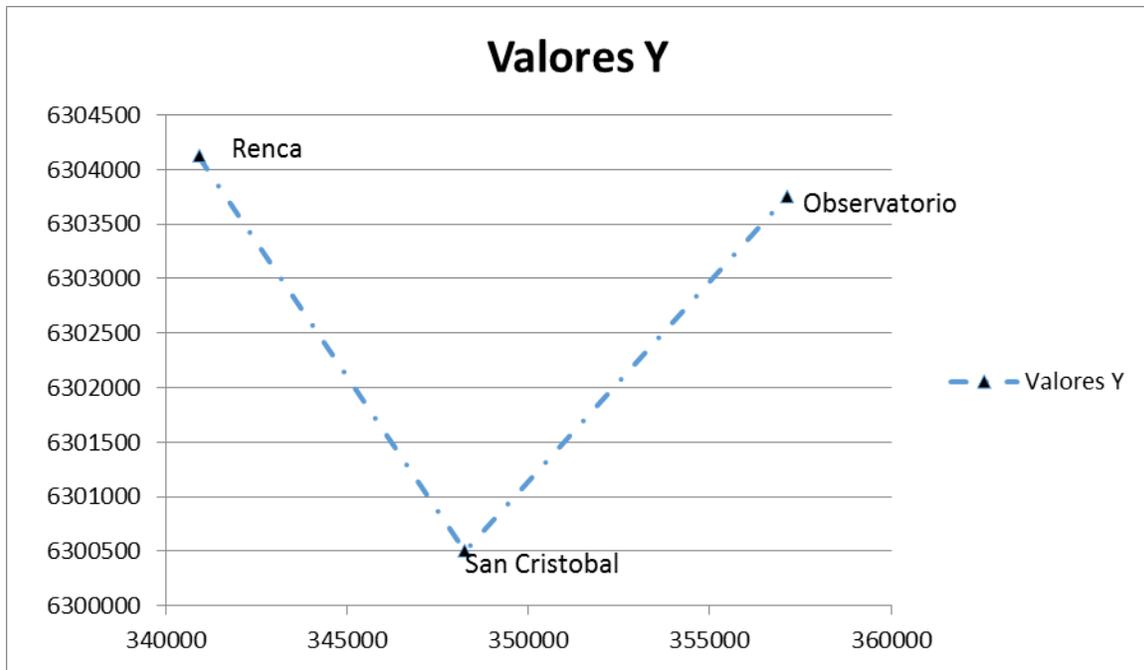
$$\left(\frac{\text{Sen} X}{\text{Sen} Y}\right) = \text{sen}(X+Y) \cdot \text{Cotg} Y - \text{Cos}(X+Y)$$

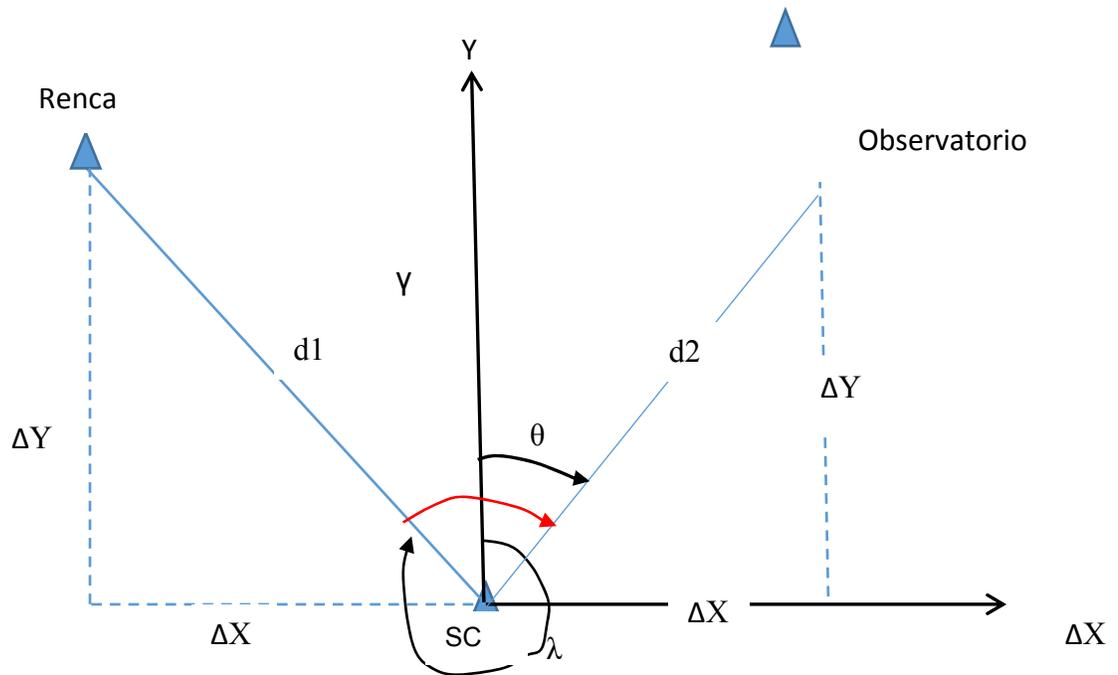
$$\text{sen}(X+Y) \cdot \text{Cotg} Y - \text{Cos}(X+Y) = \left(\frac{b \cdot \text{sen} \alpha}{a \cdot \text{sen} \beta}\right); \text{ dividiendo por } \text{sen}(X+Y)$$

Dividiendo por Seno (X+Y)

$$\text{Cotangente } Y = \left(\frac{b \cdot \text{sen} \alpha}{a \cdot \text{sen} \beta}\right) / \text{Seno } (X+Y) + \text{cotangente } (X+Y)$$

Deducir el valor del ángulo γ de las coordenadas de los cerros observados. Se grafican las mediciones de acuerdo a coordenadas la posición de los tres cerro observados





ESTACION	Y (metros)	X (metros)
Cerro Renca (1)	6304125	340912
Cerro San Cristóbal (2)	6300500	348250
Delta (1-2)	3625	-7338

El ángulo λ es el acimut de la línea San Cristóbal a Renca que se va a calcular

$$\text{Tangente } \lambda = \Delta Y / -\Delta X = -0.494003816$$

$$-29^{\circ}.21060852 + 100 = 70^{\circ}.78939148$$

$$\lambda = 400.0 - 70^{\circ}.78939148 = 329^{\circ}.2106085$$

$$d1 = \sqrt{(\Delta X^2 + \Delta Y^2)}$$

$$d1 = a = 8184.55 \text{ metros}$$

Se calcula luego el acimut α de la línea San Cristóbal a Observatorio

$$\text{Tangente } \theta = \Delta Y / \Delta X = 3250 / 8875 = 0.366197183$$

$$\Theta = 100^{\circ}.0 - 22^{\circ}.34732032 = 77^{\circ}.65267968$$

$$\gamma = 400 - \lambda + \theta = 148^{\circ}.4420712$$

$$(X+Y) = 400 - (\alpha + \beta + \gamma) = 220^{\circ}.6159288$$

$$\alpha = 15^{\circ}.8860$$

$$\beta = 15^{\circ}.0560$$

$$d2 = b = 9451.36 \text{ metros}$$

Calculo del valor del ángulo Y

$$\text{Cotangente } Y = -0.845770091 = \text{Tangente } Y = 1 / \text{cotangente } Y = -1.182354414$$

$$Y = -55^{\circ}.30717507 + 200 = 144^{\circ}.6928249$$

$$X = 75^{\circ}.92310390$$

$$\sigma1 = 200^{\circ}.0 - (15^{\circ}.8860 + 75^{\circ}.92310390) = 108^{\circ}.1908961$$

$$\sigma2 = 200^{\circ}.0 - (144^{\circ}.6928249 + 15^{\circ}.0560) = 40^{\circ}.25117510$$

$$S = 30799.76$$

$$S = 30799.76$$

$$\mathbf{S = 30799.76 \text{ metros}}$$

$$S1/\text{seno } \sigma_1 = a/\text{seno } \alpha$$

$$S1 = 8184.55 * \text{seno } 108^\circ.1908961 / \text{seno } 15^\circ.8860$$

$$S1 = 32867.93 \text{ metros}$$

$$S2/\text{seno } \sigma_2 = b/\text{seno } \beta$$

$$S2 = 9451.36 * \text{seno } 40^\circ.25117510 / \text{seno } 15^\circ.0560$$

$$S2 = 23839.01 \text{ metros}$$

Coordenadas de E desde Cerro Renca

$$\text{Acimut Renca a E} = \text{acimut San Cristóbal a Renca} - 200^\circ.0 - X^\circ$$

$$\text{Acimut Renca a E} = 329^\circ.2106085 - 200^\circ.0 - 75^\circ.92310390$$

$$\text{Acimut Renca a E} = 53.28750460$$

$$\text{Distancia Renca a E} = S1 = 32867.93 \text{ metros}$$

$$S1 * \text{coseno acimut} = \Delta Y = 22010.52$$

$$S1 * \text{seno acimut} = \Delta X = 24409.79$$

$$XE = X_{\text{Renca}} + \Delta X = 365321.79$$

$$YE = Y_{\text{Renca}} + \Delta Y = 6326135.52$$

Coordenadas de E desde Cerro San Cristóbal

Acimut San Cristóbal a E = acimut San Cristóbal a Renca + σ_1

Acimut San Cristóbal a E = $329^{\circ}.2106085 + 108^{\circ}.1908961 = 37^{\circ}.40150460$

Distancia San Cristóbal a E = S = 30799.76 metros

$S * \cos 37^{\circ}.40150460 = \Delta Y = 25635.51$

$S * \sin 37^{\circ}.40150460 = \Delta X = 17071.79$

$X_E = X_{SC} + \Delta X = 365321.79$

$Y_E = Y_{SC} + \Delta Y = 6326135.51$

Coordenadas E desde Cerro Observatorio

Acimut Observatorio a E = acimut San Cristóbal a Observatorio + $200^{\circ} + Y^{\circ}$

Acimut Observatorio a E = $77^{\circ}.65267968 + 200^{\circ}.0 + 144^{\circ}.6928249$

Acimut Observatorio a E = $22^{\circ}.34550458$

Distancia Observatorio a E = S2 = 23839.01 metros

$S_2 * \cos 22^{\circ}.34550458 = \Delta Y = 22385.51$

$S_2 * \sin 22^{\circ}.34550458 = \Delta X = 8196.79$

$X_E = X_{Ob} + \Delta X = 365321.79$

$Y_E = Y_{Ob} + \Delta Y = 6326135.51$

Resumen de coordenadas

Estación	Punto medido	X	Y
Cerro Renca	E	365321.79	6326135.52
Cerro San Cristóbal	E	365321.79	6326135.51
Cerro Observatorio	E	365321.79	6326135.51

Las mediciones a la estación **E** no presentan diferencias, no obstante, hay que considerar que la figura geométrica fue ajustada de manera que podría ser que las coordenadas calculadas estuvieran erróneas.

La forma de saber si dichas coordenadas están correctas es que se hayan observado cuatro puntos lo que generaría el cálculo de dos pothenot independientes, esta situación permitiría controlar la calidad de las coordenadas obtenidas.

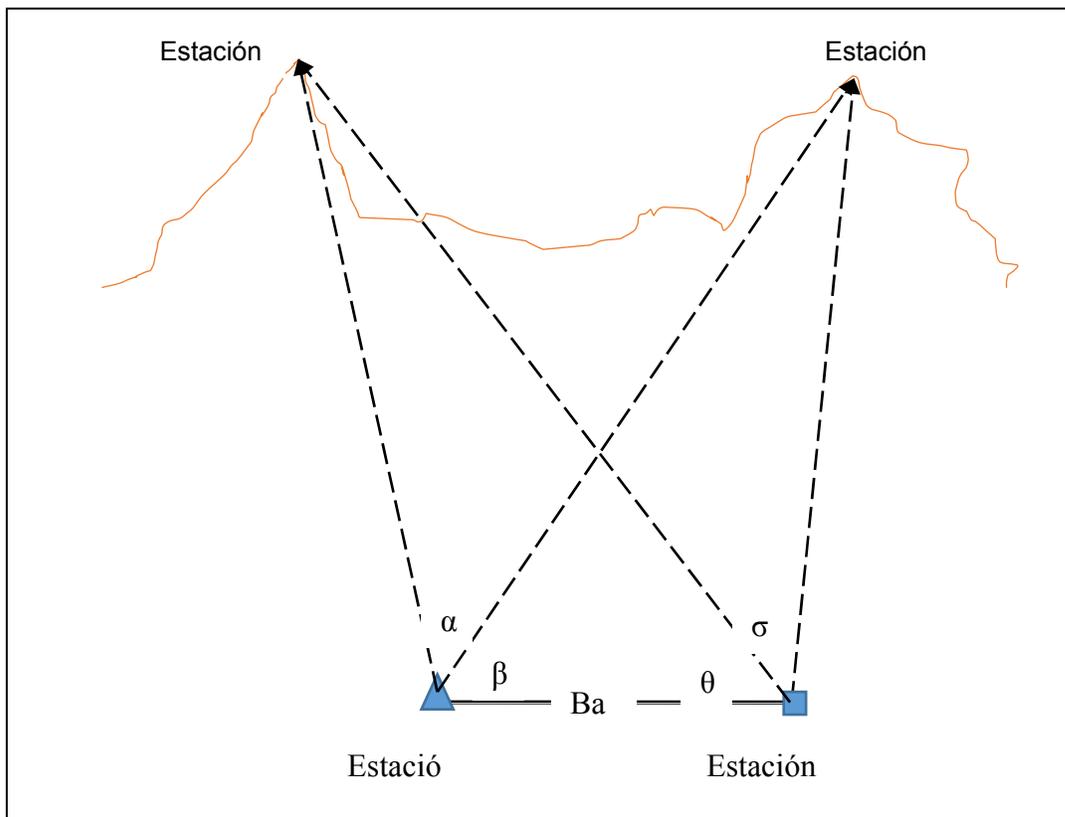
Un segundo método de comprobación es calculando la cota de la estación **E** mediante la observación de ángulos cenitales independientes a cada una de las estaciones de control, si las cotas no presentan mayores diferencias las coordenadas calculadas se pueden considerar confiables.

Otro método para calcular las coordenadas de un punto en forma expeditiva midiendo solamente ángulos en el **Problema de Hansen**, el cual requiere haber realizado visuales a dos puntos con coordenadas u obtenidas de la carta. Este método es menos riguroso que el Problema de la carta o Pothenot, pero es una herramienta que puede servir de ayuda en un trabajo de campo para obtener la posición de un punto en forma preliminar.

V.2.2 METODO DE HANSEN

La determinación de la posición de un punto mediante visuales a dos vértices con coordenadas tiene solución por medio del **Método de Hansen**.

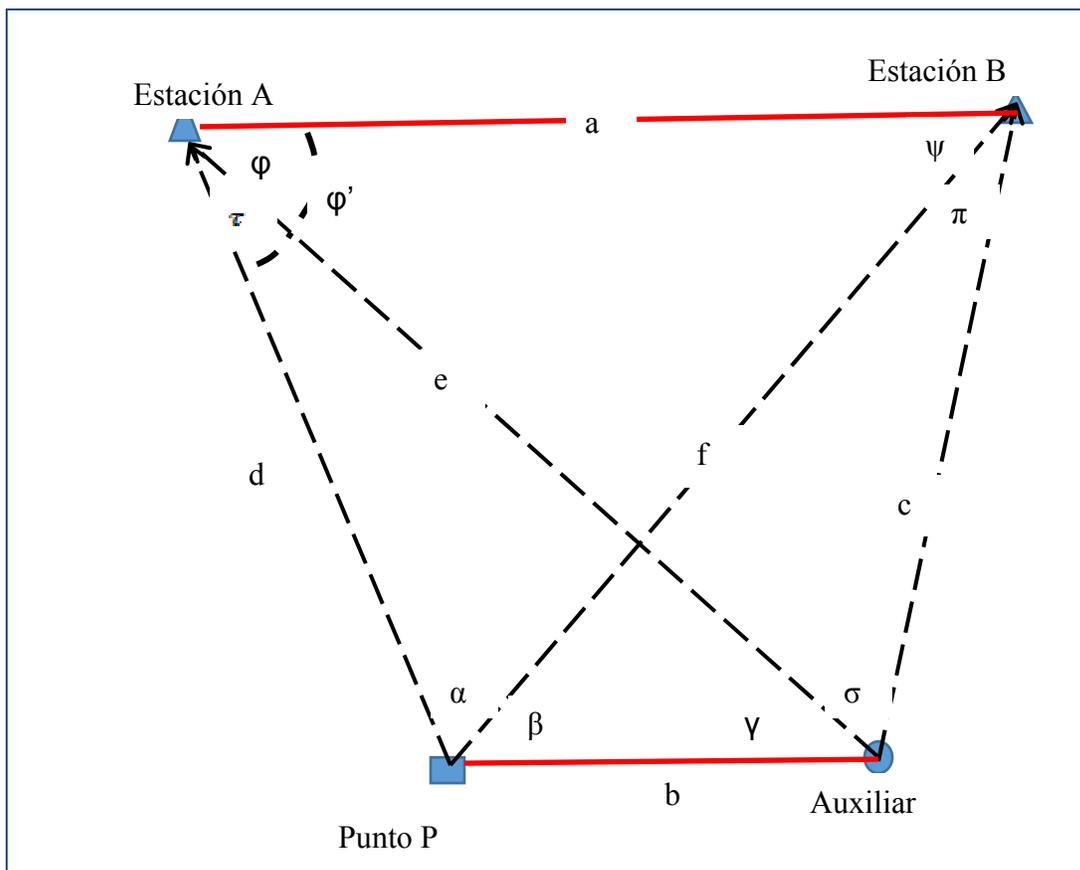
El procedimiento en terreno consiste en identificar dos puntos que tienen coordenadas fijas o se han podido obtener desde una cartografía confiable. Una vez definidos los puntos fijos se procede a materializar el punto que se quiere calcular y otro relativamente cercano que servirá como estación auxiliar. Es necesario medir la distancia existente entre el punto a determinar y el punto auxiliar creado. Desde esos puntos se procede a realizar mediciones de ángulos horizontales y verticales hacia las estaciones con posiciones fijas.



En la figura, se aprecia en forma esquematizada el problema de Hansen, las estaciones A y B tienen coordenadas o se les interpoló de una cartografía, la estación P es el punto a medir, se ha creado una estación Auxiliar que ayuda a resolver el problema, la Base se mide con una cinta u otro medio disponible, su precisión es aceptable al centímetro aproximado.

Los ángulos α , β , γ y σ , se miden en terreno, al igual que la distancia entre la estación y su auxiliar, letra b. las estaciones A y B tienen coordenadas conocidas. La distancia **a** se deduce de las coordenadas de las estaciones A y B

La solución se encuentra en el cálculo trigonométrico. La siguiente figura esquematiza el problema



Se considera al punto P (estación a calcular) como polo de giro y se plantea la siguiente relación:

$$(d/f) \cdot (f/b) \cdot (b/d) = 1$$

$$(d/\text{seno } \psi) = f/\text{seno } \varphi'$$

$$d/f = \text{seno } \psi/\text{seno } \varphi'$$

$$(f/\text{seno}(\gamma+\sigma)) = (b/\text{seno } \pi)$$

$$f/b = \text{seno}(\gamma+\sigma)/\text{seno } \pi$$

$$b/\text{seno } r = d/\text{seno } \gamma$$

$$b/d = \text{seno } r/\text{seno } \gamma$$

$$\varphi' = 180 - (\alpha + \psi) \longrightarrow \text{seno } \varphi' = \text{seno } [180 - (\alpha + \psi)]$$

$$\text{seno } \varphi' = \text{seno } (\alpha + \psi)$$

$$\text{seno } \pi = \text{seno}[180 - (\beta + \gamma + \sigma)] = \text{seno } (\beta + \gamma + \sigma)$$

$$\text{seno } r = \text{seno } [180 - (\alpha + \beta + \gamma)] = \text{seno } (\alpha + \beta + \gamma)$$

$$\text{seno } \psi/\text{seno } \varphi' \cdot \text{seno}(\gamma + \sigma)/\text{seno } (\beta + \gamma + \sigma) \cdot \text{seno } (\alpha + \beta + \gamma)/\text{seno } \gamma = 1$$

$$\text{seno}(\gamma + \sigma)/\text{seno } (\beta + \gamma + \sigma) \cdot \text{seno } (\alpha + \beta + \gamma)/\text{seno } \gamma = \text{seno } \varphi'/\text{seno } \psi$$

$$\text{seno}(\gamma + \sigma)/\text{seno } (\beta + \gamma + \sigma) \cdot \text{seno } (\alpha + \beta + \gamma)/\text{seno } \gamma = \text{seno}(\alpha + \psi)/\text{seno } \psi$$

$$\text{seno } (\alpha + \psi) = \text{seno } \alpha \cdot \cos \psi + \text{seno } \psi \cdot \cos \alpha$$

$$\text{seno}(\gamma + \sigma)/\text{seno } (\beta + \gamma + \sigma) \cdot \text{seno } (\alpha + \beta + \gamma)/\text{seno } \gamma = (\text{seno } \alpha \cdot \cos \psi)/\text{seno } \psi + (\text{seno } \psi \cdot \cos \alpha)/\text{seno } \psi$$

$$\frac{\text{seno}(\gamma+\sigma)}{\text{seno}(\beta+\gamma+\sigma)} * \frac{\text{seno}(\alpha+\beta+\gamma)}{\text{seno} \gamma} = \text{seno} \alpha * \text{cotg} \psi + \text{coseno} \alpha$$

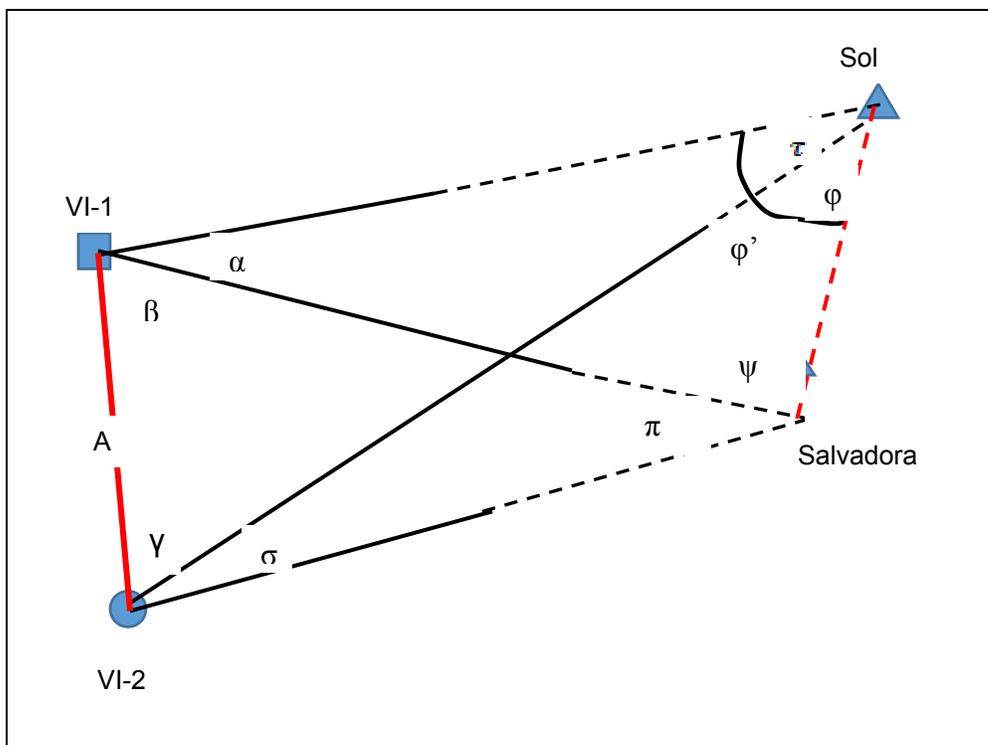
Dividiendo por seno α

$$\left[\frac{\text{seno}(\gamma+\sigma)}{\text{seno}(\beta+\gamma+\sigma)} * \frac{\text{seno}(\alpha+\beta+\gamma)}{\text{seno} \gamma} \right] / \text{seno} \alpha = \text{cotg} \psi$$

$$\left[\frac{\text{seno}(\gamma+\sigma)}{\text{seno}(\beta+\gamma+\sigma)} * \frac{\text{seno}(\alpha+\beta+\gamma)}{\text{seno} \gamma} \right] / \text{seno} \alpha - \text{cotg} \alpha = \text{cotg} \psi$$

$$\varphi = [180 - (\alpha + \psi + \tau)]$$

Ejercicio



Estación	Punto Observado	Ángulo
VI-1	VI	00° 00' 00"
	Sol	64° 50' 41.6"
	Salvadora	115° 49' 56.1"
	VI-2	180° 01' 09.3"
VI-2	VI-1	00° 00' 00"
	Sol	50° 58' 35.8"
	Salvadora	86° 09' 59.6"

A = 2254.14 metros

Acimut de la línea Salvadora a Sol = 26° 05' 28.0"

$$\alpha = 50^\circ 59' 14.5''$$

$$\beta = 64^\circ 11' 13.2''$$

$$\gamma = 50^\circ 58' 35.8''$$

$$\sigma = 35^\circ 11' 23.8''$$

$$\beta + \gamma + \sigma = 150^\circ 21' 12.8''$$

$$\pi = 29^\circ 38' 47.2''$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 166^\circ 09' 03.5''$$

$$\tau = 13^\circ 50' 56.5''$$

$$\sigma + \gamma = 86^\circ 09' 59.6''$$

$$\psi = 90^\circ 35' 24.6''$$

$$\varphi = 24^\circ 34' 24.4''$$

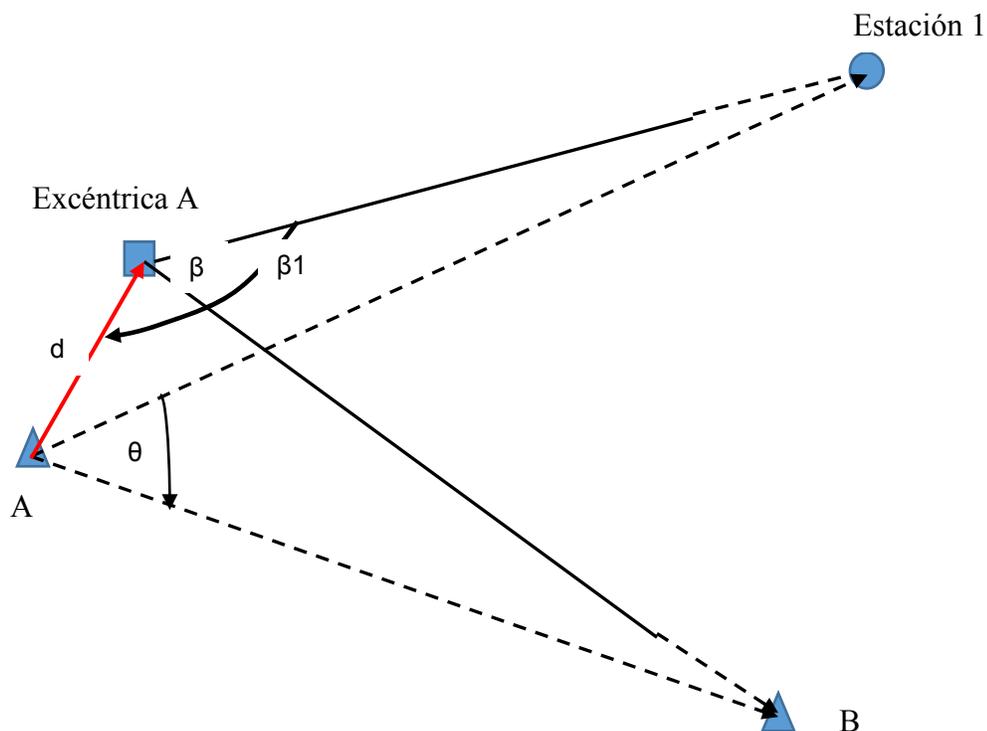
El problema angularmente ha sido resuelto, la figura ha quedado ajustada.

Estación	X	Y
Sol	452884	8061858
Salvadora	451898	8059832

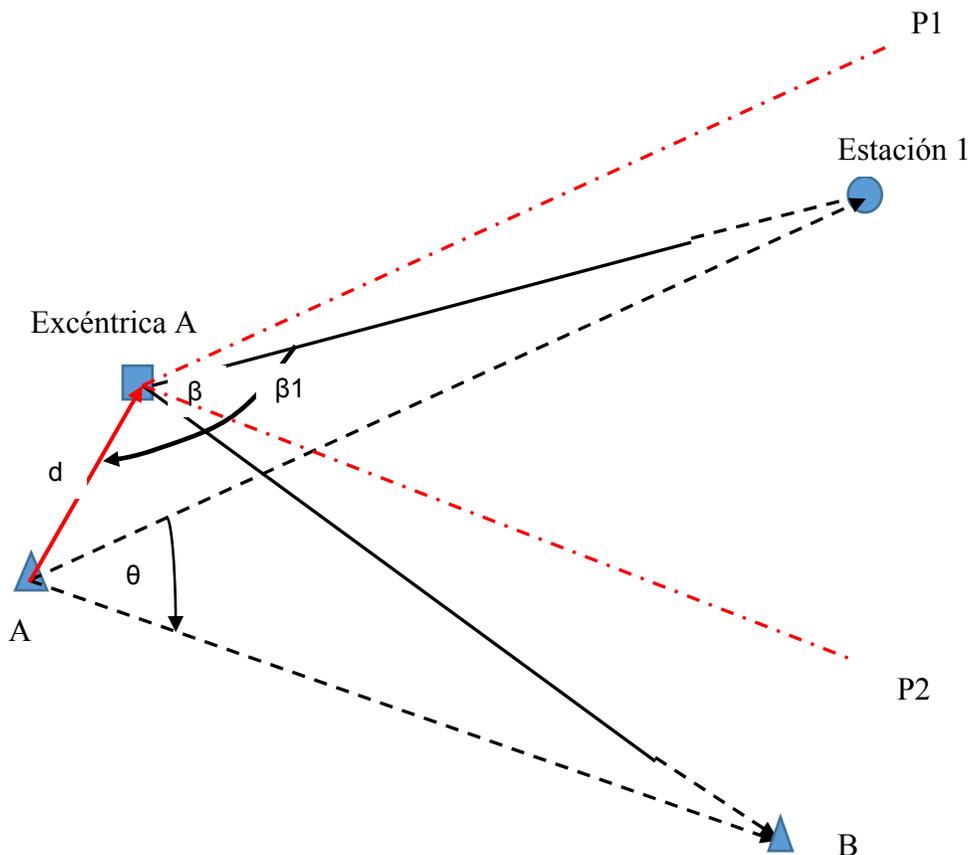
VI.2.3 Reducción de una medición desde una señal excéntrica

En algunas oportunidades es necesario ocupar vértices con coordenadas establecidas para poder orientar un trabajo, sin embargo, puede ocurrir que al llegar a ocupar una de esas estaciones no se pueda instalar en ella, debido a diversas razones. No obstante, esta situación no puede ser obstáculo para ocuparla, para ello se puede realizar la medición desde una estación excéntrica al vértice original y luego reducir las observaciones tal como si se hubiese ocupado la estación. El procedimiento se denomina “Reducción de Estaciones Excéntricas”.

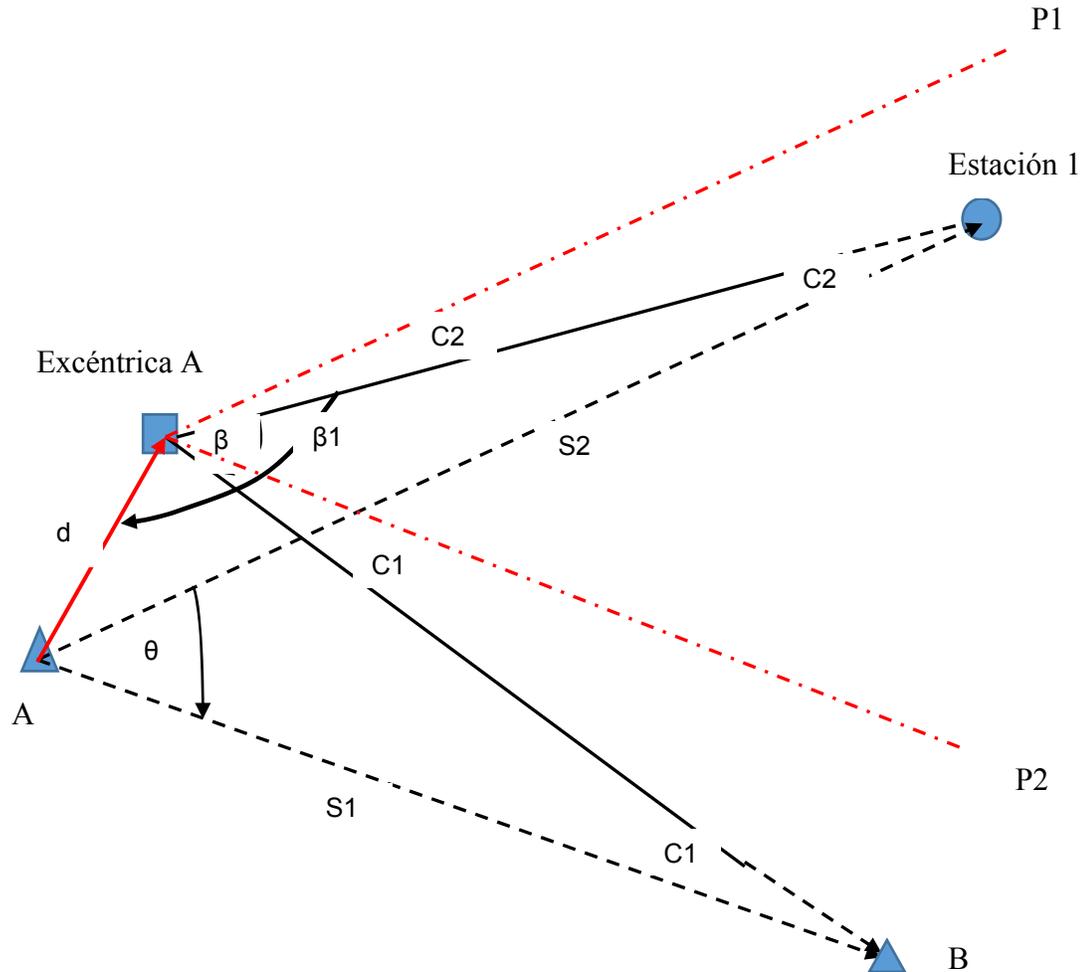
En la figura se indica gráficamente la situación anteriormente descrita, la metodología de trabajo consiste en identificar la estación que se desea ocupar verificar que no se puede ocupar directamente y luego crear una estación excéntrica a una distancia no mayor a 6-10 metros como máximo, y luego proceder a realizar la medición correspondiente:



En la figura los ángulos β y β_1 , son medidos desde la estación excéntrica, la distancia d se ha medido en terreno, puede ser con una cinta al centímetro aproximadamente. El ángulo β_1 , debido a la proximidad entre ambas estaciones se podrá medir al minuto, esto se puede justificar en el análisis que se hace en el proceso de cálculo. El ángulo θ es el que debió haberse medido en terreno y al cual se debe llegar cuando se realice la reducción de la medición de la excéntrica. Las estaciones **A** y **B** son las que se encuentran con coordenadas y son necesarias para orientar la **Estación 1**



P1 y P2 son paralelas proyectadas en el dibujo a las direcciones A-B como A-Estación1



S1 y S2 son las distancias respectivas de las líneas A-B y A-estación 1
 Los ángulos **C** son los que se forman entre las líneas y sus paralelas

En resumen se tiene de las mediciones de terreno las distancias S1 y S2 y los ángulos β , β_1 y la distancia **d**.

En la gráfica se puede ver que el ángulo θ también se proyecta entre las paralelas P1 y P2, por lo tanto, si se deducen los valores de los ángulos C1 y C2 es posible corregir las mediciones originales desde la excéntrica y dejarla reducida como si se hubiese medido desde la estación A.

$$(\text{seno } C1/a) = \text{seno } (\beta_1 - \beta) / S1$$

$$\text{Seno } C1 = a * \text{seno } (\beta_1 - \beta) / S1$$

Dividiendo por el arco de 1" (sexagesimal) = $4.848136811 \cdot 10^{-6}$

$$\text{Seno } C1 / \text{arc } 1'' = a * \text{seno } (\beta_1 - \beta) / (S1 * \text{arc } 1'')$$

$$C1'' = (a * \text{sen } \beta_1 - \beta) / (S1 * \text{arc } 1'')$$

El cálculo de los ángulos $C1''$ y $C2''$ si bien es correcto, no obstante no nos permite identificar el signo de la corrección, para ello, reduciremos los ángulos observados con orientación en la línea A-Excéntrica A.

El ángulo para calcular la corrección $C2''$ lo llamaremos λ y será el siguiente:

$$\lambda = 360^\circ - \beta_1$$

Esto permite orientar la medición a la Estación 1 desde la línea Excéntrica A-A y la corrección queda entonces como:

$$C2'' = a * \text{seno } \lambda / (S2 * \text{arc } 1'')$$

Para el cálculo de la corrección $C1''$ el ángulo con orientación en la línea A-Excéntrica A hacia la estación B será el siguiente:

$$\lambda_1 = \lambda + \beta$$

$$C1'' = a \cdot \text{seno } \lambda_1 / (S1 \cdot \text{arc } 1'')$$

Los ángulos λ como λ_1 se consideran sólo al minuto debido a la proximidad de las estaciones Excéntrica A y A

Ejercicio

Desde la estación Excéntrica A se han medido cuatro ángulos a diversas estaciones, realizar la reducción de Excéntrica

Estación Excéntrica A				
Estación Visada	Estación Visada	Estación Visada	Estación Visada	Estación Visada
CH	T	A	F	H
00° 00' 00"	30° 10' 15"	166° 40'	320° 25' 10"	343° 33' 18"

Distancias:

A a F = 4000 metros

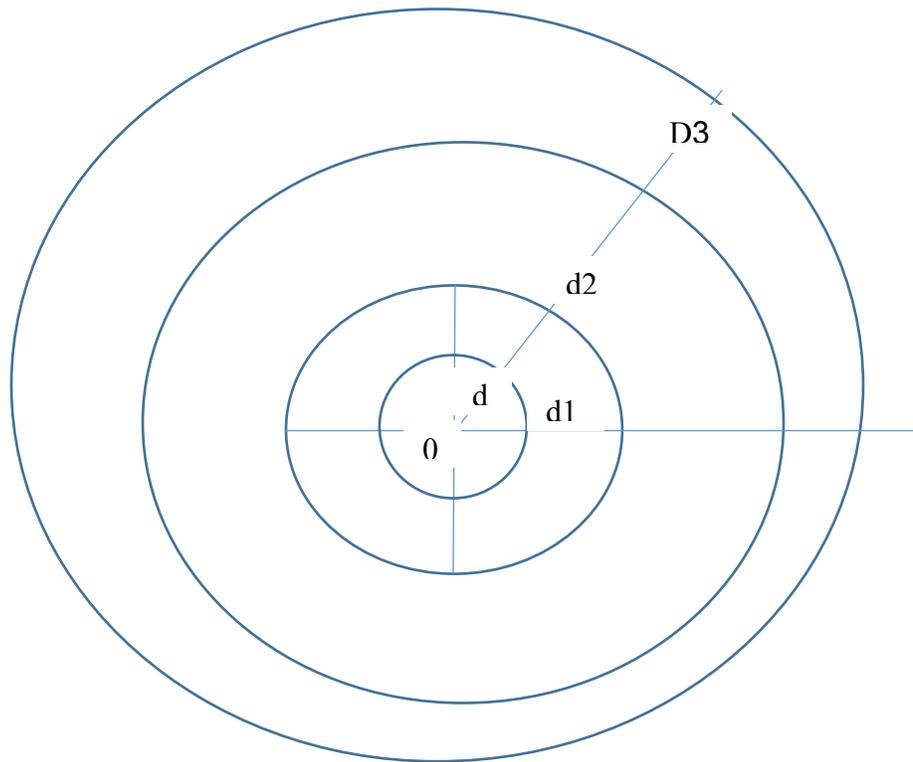
A a H = 11000 metros

A a CH = 6000 metros

A a T = 8000 metros

A a Excéntrica A = 3.0 metros

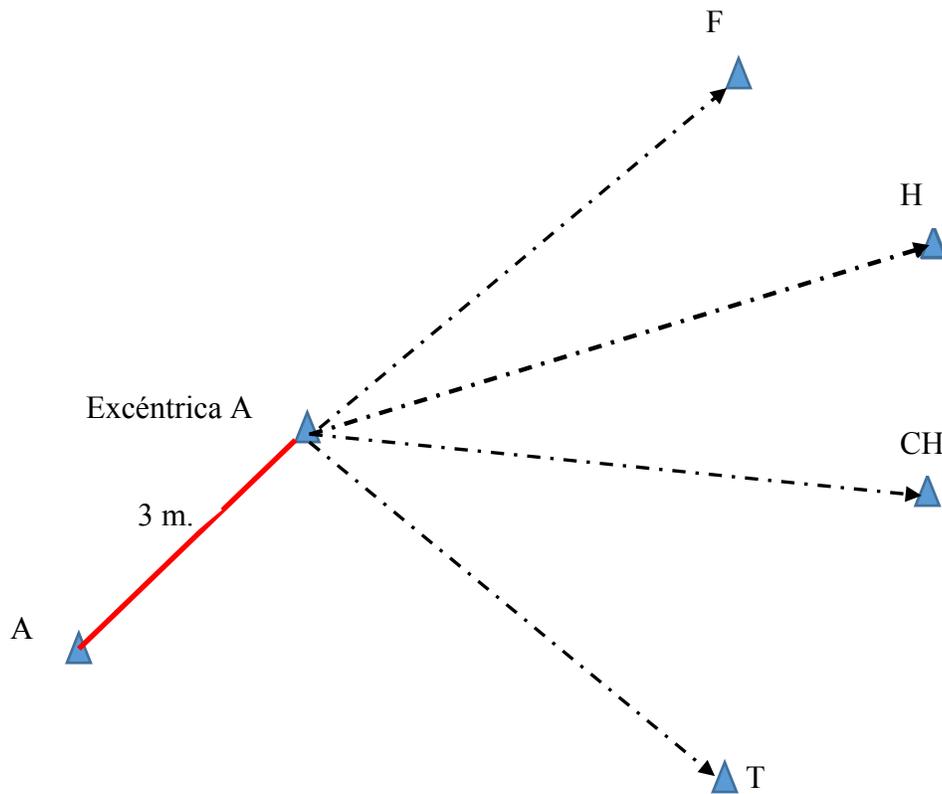
Nota: podría pensarse que existe un problema al ver que las mediciones realizadas a las estaciones desde la excéntrica están al segundo y la medición a la estación está al minuto, pero esto no presenta un mayor problema por la distancia tan pequeña entre la estación A y su Excéntrica.



Variación para el Arco de un segundo (sexagesimal)			
0 a d (5 metros)	0 a d1 (100 metros)	0 a d2 (1000 metros)	0 a D3 (10000 metros)
0.00002 metros	0.0005 metros	0.005 metros	0.05 metros

De la tabla anterior se puede apreciar que al leer un ángulo a una distancia muy corta el error que se puede cometer es prácticamente nulo. En caso de la lectura al minuto (sexagesimal) a una distancia cercana, a los 10 metros, se tendría un error de aproximadamente de 3 milímetros en la posición del punto visado.

El gráfico de las mediciones es el siguiente:



Tal como se planteó en el desarrollo del problema hay que referir todas las mediciones a la línea Excéntrica A - A

➤ Ángulo excéntrica A-A-F:

$(CH \text{ a } F) - (CH \text{ a } A) = 345^\circ 25' 10'' - 166^\circ 40' = 153^\circ 53'$ (no se consideran los segundos por lo explicado en nota de página anterior)

➤ Ángulo excéntrica A-A-H

$(CH \text{ a } H) - (CH \text{ a } A) = 345^\circ 33' 18'' - 166^\circ 40' = 178^\circ 53'$

- Ángulo excéntrica A-A-CH

$$(\text{CH- a CH}) - (\text{CH a A}) = 360^\circ 00' 00'' - 166^\circ 40' = 193^\circ 20'$$

- Ángulo excéntrica A-A-T

$$\text{CH- a T}) - (\text{CH a A}) = 30^\circ 10' 15'' - 166^\circ 40' = - 136^\circ 30' + 360^\circ = 223^\circ 30'$$

Tabla resumen de mediciones reducidas a la línea Excéntrica A a A

Estación Excéntrica A				
Estación visada	Estación visada	Estación visada	Estación visada	Estación visada
A	F	H	CH	T
00° 00'	153° 45'	178° 53'	193° 20'	223° 30'

$$C1''(\text{F}) = (3 * \text{seno } 153^\circ 45') / (4000 * 4.848136811^{-06}) = + 68''.42$$

$$C2''(\text{H}) = (3 * \text{seno } 178^\circ 53') / (1100 * \text{arc}1'') = +1''.42$$

$$C3''(\text{CH}) = (3 * \text{seno } 193^\circ 20') / (6000 * \text{arc}1'') = - 23''.78$$

$$C''2(\text{T}) = (3 * \text{seno } 223^\circ 30') / (8000 * \text{arc}1'') = -53''.24$$

Tabla para realizar la Reducción de las observaciones de la Estación Excéntrica a la Estación A

Estación Excéntrica A				
Estación visada	Estación visada		Estación visada	Estación visada
CH	T		F	H
00° 00' 00"	30° 10' 15"		320° 25' 10"	345° 33' 18"
-23.78"	-53.24"		+68.42"	+1.4"
359° 59' 36.22"	30° 09' 21.76"		320° 26' 18.42"	345° 33' 19,4"

$$T = 30^{\circ} 09' 21.76 + 23.78'' = 30^{\circ} 09' 45.54''$$

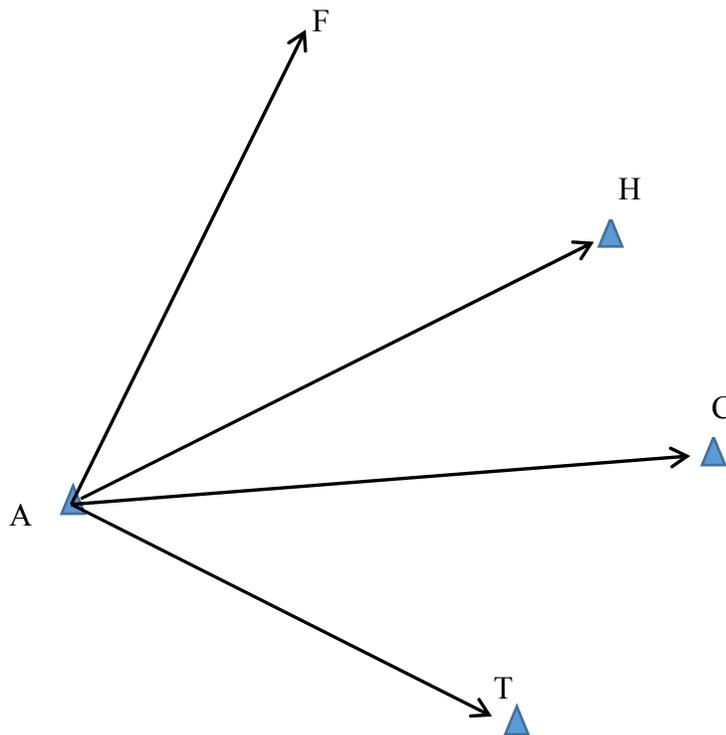
$$F = 320^{\circ} 26' 18.42'' + 23.78'' = 320^{\circ} 26' 42.2''$$

$$H = 345^{\circ} 33' 19,4 + 23.78'' = 345^{\circ} 33' 43.2''$$

Tabla con los ángulos reducidos a la estación A

Estación visada	Estación visada	Estación visada	Estación visada
CH	T	F	H
00° 00' 00"	30° 09' 45.54"	320° 26' 42.2"	345° 33' 43.2"

Gráfico de las mediciones reducidas a la Estación A



VII.- Medición de distancias electrónicas

Los instrumentos de medición de distancia denominados EDM fueron desde su aparición un importante aporte tanto en los trabajos topográficos como en la ingeniería. Básicamente su funcionamiento consiste en la emisión de un haz de microondas de frecuencia de luz desde un extremo de una línea a medir hacia el otro extremo de la línea, un reflector o receptor de transmisor en el extremo lejano refleja la luz o las microondas de nuevo al instrumento donde se analizan electrónicamente para dar la distancia entre los dos puntos.

El primer instrumento de este tipo fue el geodímetro. Se hizo accesible a la profesión general de topografía y ingeniería a principios de 1950. Los primeros geodímetros así como todos los modelos posteriores emplean un haz de luz modulado para determinar la distancia. Siguió a finales de los años cincuenta por el Telurometro, un instrumento que emplea microondas moduladas para determinar la distancia, y éstos junto con el geodímetro se convirtieron en los instrumentos estándar para medir sobre largas distancias. La ventaja de los instrumentos de microondas es su operatividad en la niebla o lluvia, día o noche, así como su rango generalmente más largo.

El desarrollo y la perfección de los pequeños diodos emisores de luz a mediados de los años sesenta, así como una miniaturización general de la electrónica con componentes de estado sólido provocaron una revolución en el diseño de la EDM. Esta segunda generación de instrumentos es mucho más portátil, tiene menos potencia para operar, y es mucho más fácil de operar y leer. Sin embargo, estos EDM no tuvieron el rango que tienen los anteriores.

Una tercera generación de EDM empleando luz láser altamente coherente ha sido llevada a la perfección en los últimos años. Este tipo de instrumento tiene la ventaja distinta de largo alcance, los requisitos de baja potencia, y bastante buena portabilidad así como la facilidad de operación en la lectura.

Los EDM posteriores son totalmente automáticos hasta el punto de que, después de que el instrumento y su transmisor (un reflector de luz o un transmisor receptor de microondas) se hayan colocado sobre los dos extremos de la línea a medir, el operador sólo tiene que apretar un botón y la distancia de la línea se muestra automáticamente. Los EDM más completos y modernos también tienen la capacidad de medir ángulos horizontales y verticales como así como la distancia inclinada, reducir esta distancia a horizontal, calcular desniveles, replantear puntos en terreno, trasladar coordenadas, estos instrumentos son las denominadas modernas **estaciones totales**, trabajan principalmente mediante la modulación dentro del espectro de las ondas de luz.

Principio de medición del EDM utilizando ondas luminosas

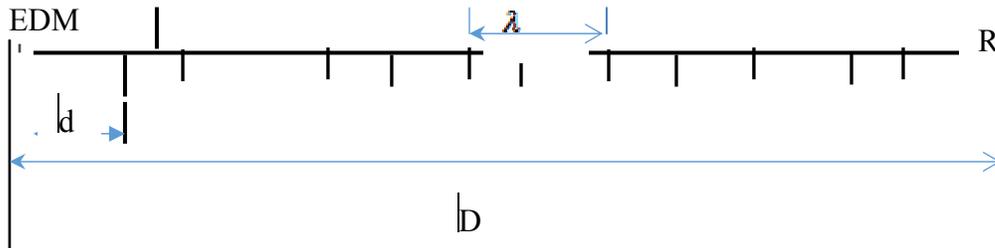
En todos los EDM que usan tungsteno, mercurio, láser o luz infrarroja como portador, se genera un haz de luz continua en el instrumento, este haz continuo es modulado en intensidad en una frecuencia muy alta. La modulación, en efecto, corta el haz hacia arriba en una longitud de onda que es una función directa de la frecuencia de modulación. Esta longitud de onda viene dada por:

$$\lambda = V_a/f$$

En la que λ es la longitud de onda de la modulación, en metros, V_a es la velocidad de la luz a través de la atmósfera, en metros por segundo; f es la frecuencia de modulación, en hertz. El valor de V_a es una función de la temperatura del aire, presión y presión parcial del vapor de agua.

La intensidad de la luz modulada varía desde cero al comienzo de cada longitud de onda hasta un máximo a 90° , de nuevo a cero a 180° , a un segundo máximo a 270° , y de vuelta a cero a 360° . La distancia entre cada otro punto cero es, por lo tanto, una longitud de onda completa. El EDM⁶ proporciona por lo tanto una cinta métrica de luz cuya longitud es igual a la longitud de onda de la luz modulada. Por ejemplo, si la frecuencia de modulación es de 10 mhz y la velocidad de la luz es

de aproximadamente 300.000 km / s, la longitud de onda modulada es de unos 30 m.



En la figura el EDM está situado a la izquierda, en un extremo de una línea a medir, y el reflector R a la derecha, ocupando el otro extremo de la línea. El reflector es una esquina de un cubo de vidrio en el que los lados del cubo son perpendiculares entre sí dentro de tolerancias muy cercanas. Esta perpendicularidad hace que la luz entrante sea reflejada internamente y que emerja paralela a sí misma. El cubo de esquina constituye así un retro reflector. Un número entero de longitudes de onda más una distancia parcial designada **d** compone la distancia total desde el EDM al reflector de vuelta al EDM. La distancia deseada **D** entre los dos extremos de la línea viene entonces dada por:

$$D = 0.5 \cdot (n \cdot \lambda + d)$$

En la que **n** es el número entero de longitudes de onda en la distancia doble. Una forma en que esta ecuación podría ser resuelta sería tener conocimiento previo de la longitud de la doble trayectoria a la más cercana media longitud de onda, lo que requiere que la longitud de la línea sea conocida hasta el cuarto de longitud de onda más próxima. Ya que esto no es práctico, la ambigüedad de **n** puede resolverse empleando la técnica de frecuencias múltiples. La medida se hace a una frecuencia conocida y repetida utilizando una frecuencia ligeramente diferente, se leerán dos valores diferentes de **d** en el medidor de fase. Conociendo los dos valores de las longitudes de onda, dos ecuaciones dadas ahora pueden ser resueltas simultáneamente para dar el valor del desconocido y por lo tanto la distancia deseada **D**.

Principios de medición de EDM usando microondas⁶

Los instrumentos de microondas generan ondas electromagnéticas de alta frecuencia (SHF) o extremadamente alta frecuencia (EHF) en el rango de 3 a 35 GHz como el portador. Estos, a su vez, se modulan a frecuencias que varían de 10 a 75 MHz, dependiendo del tipo de instrumento. La longitud de la onda modulada viene dada por:

$$\lambda = V_r / f$$

En la que λ es la longitud de onda de la modulación, en metros o pies; V_r es la velocidad del microondas a través de la atmósfera, en metros o pies por segundo; f es la frecuencia de modulación, en hertz. El valor de V_r depende de la temperatura predominante, la presión atmosférica y la presión parcial del vapor de agua en la atmósfera. Dos instrumentos similares están involucrados en la medición con los instrumentos de microondas, uno en cada extremo de la línea a medir, estos se denominan el maestro y el mando a distancia. Las observaciones se realizan en la estación maestra, mientras que el instrumento remoto, que también debe tener un operador, sirve como un reflector de la onda.

Efecto de las condiciones atmosféricas en la onda de luz⁶

Las condiciones de la atmósfera que tienen un efecto sobre la velocidad de propagación de la luz y las microondas son la temperatura del aire, la presión atmosférica y la humedad relativa. La temperatura y la humedad relativa, en el interior, definen la presión de vapor en la atmósfera. Un conocimiento de estas condiciones permite una determinación del índice de refracción del aire, que se debe conocer para calcular la velocidad de la luz o microondas bajo condiciones meteorológicas dadas.

Índice del aire seco = 0° Celsius, and 760 mmHg con 0.03% Co₂ y λ en micrómetros

Para las ondas de luz, el índice de refracción N_g del aire estándar viene dado por⁷:

$$N_g = 1 + \left(287.604 + \frac{1.6288}{\lambda_c^2} + \frac{0.0136}{\lambda_c^4} \right) * 10^{-6}$$

En el cual λ_c es la longitud de onda de Longitud de onda del portador ligero en micrómetros.

Para los tipos de luz utilizados en EDM los valores de λ_c son los siguientes ⁶:

Transportadora	λ_c
Vapor de mercurio	0.5500
Incandescente	0.5650
Laser rojo	0.6328
Infrarrojo	0.900 – 0.930

El índice de refracción N_a para ondas de luz en condiciones ambientales del aire puede ser calculado por ⁷:

$$N_a = 1 + \left[\frac{N_g * 273.16 * p}{(273.16 + t) * 1013.25} - \frac{11.47 * e * 10^{-6}}{273.2 + t} \right] * 10^{-6}$$

En que **p** es la presión atmosférica, en milibares; **t** es la temperatura del aire, en grados Celsius; **e** es la presión del vapor del aire, en milibares. El segundo término de la fórmula no tiene una gran incidencia en el valor calculado para N_a , salvo en regiones muy cálidas donde la humedad es alta, e incluso en esas condiciones en que la humedad puede estar sobre un 60% y a una temperatura sobre los 30° Celsius, la corrección no es mayor a 2 PPM, ver gráfico de la influencia de la humedad relativa del aire.

$$N = N_g - N_a$$

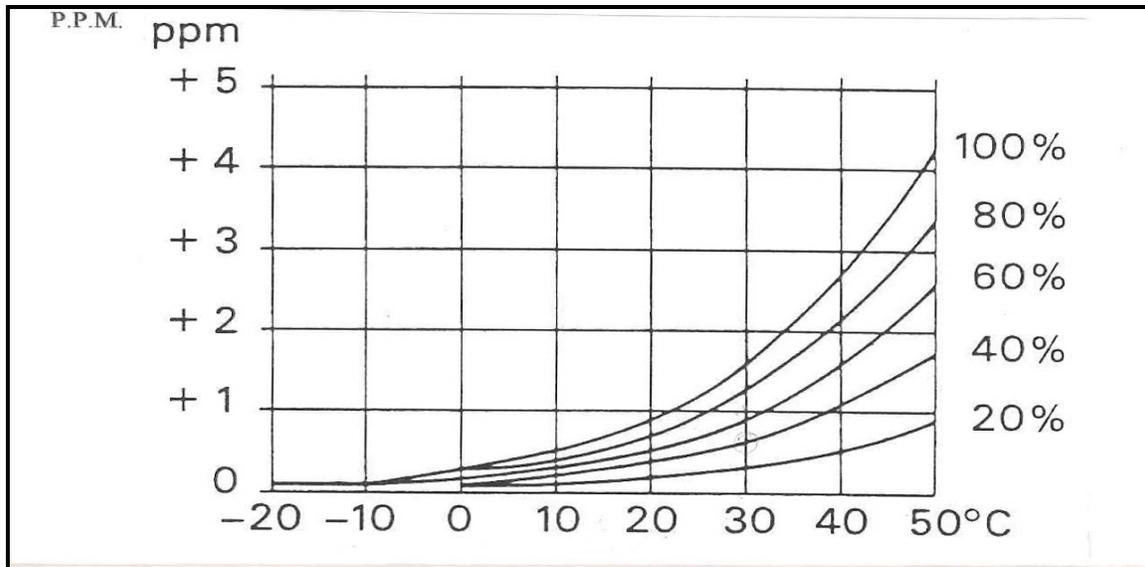
$$\text{Índice de corrección atmosférico del Instrumento} = 1 + N_g * 10^{-6}$$

N = Corrección atmosférica

Distancia Inclinada = Distancia medida * N_g/N_a

Distancia inclinada = Distancia medida*($1+(N_g-N_a)*10^{-06}$)

Gráfico de la Influencia de la Humedad relativa del aire⁹



Fuente: Manual de Distanciómetro Distomat DI-3000

Conversión de alturas de Presión medidas con altímetros

1.- P = Presión en pulgadas de mercurio

H= Altura de presión medida en pies

$$P = 29.9212 * \left[\frac{(288 - 0.00198 * H)}{288} \right]^{5.256}$$

2.- P = Presión en milímetros de mercurio

H= Altura de presión medida en metros

$$P = 760P = 760 * \left[\frac{(288 - 0.00198 * H)}{288} \right]^{5.256}$$

3.- P= Presión en Milibares

H= Altura de presión medida en metros

$$P = 1013.25 * \left[\frac{(288 - 0.00198 * H)}{288} \right]^{5.256}$$

Equivalencias en Unidades de Presión

1 atmósfera = 760 Torr = 760 milímetros de mercurio

1 Milibar = 0,750062 Torr = 0.750062 milímetros de mercurio

1 Torr = 1,33322 milibares

1 Torr = 0.0013157894737 atmósfera = 1 milímetro de mercurio

1 Bar = 1000 milibares

1 bar = 0.98692326672 atmósfera

1 pascal = 0.01 milibares

Conversión de grados

$$^{\circ}\text{Celsius} = (5/9) * (^{\circ}\text{F} - 32)$$

$$^{\circ}\text{F} = (9/5)^{\circ}\text{C} + 32$$

$$T = 273.16 + t$$

T = temperatura absoluta en grados kelvin

t= grados Celsius

T = 459.67 ° F (valor de cero absoluto en grados Fahrenheit)

T = 273.16 ° C (cero absoluto en grados Celsius)

Corrección atmosférica en equipos de onda de radio

Polinomio para la evaluación de la tensión del vapor de agua, expresada en milibares y como función de la temperatura del bulbo húmedo, medido en grados de la escala Absoluta.

$$e' = -1.362162039 * 10^3 + 2.140834537 * 10^1 * T' - 1.033073978 * 10^{-1} * T'^2 \\ + 5.079892333 * 10^{-5} * T'^3 + 5.464670163 * 10^{-7} * T'^4 \\ + 1.436965361 * 10^{-9} * T'^5 - 9.577624449 * 10^{-12} * T'^6 \\ + 3.148975580 * 10^{-15} * T'^7 + 1.369204183 * 10^{-17} * T'^8 \\ + 1.920093366 * 10^{-20} * T'^9$$

$$T' = 273.16 + t'$$

t' = temperatura del bulbo húmedo en grados Celsius

e' = milibares

Cálculo del Índice de refracción para instrumentos de ondas de Radios

1.- Índice de refracción⁷

$$N = \frac{103.49 * (P - e)}{T} + \frac{86.26}{T} \left[1 + \frac{5748}{T} \right] * e$$

P= presión en milímetros de mercurio

$$T = 273.15 + t$$

t = temperatura en grados Celsius del bulbo seco

t' = temperatura en grados Celsius del bulbo húmedo

e = presión parcial del vapor de agua

e' = presión de saturación del vapor de agua

Fórmula de cálculo de e⁷

$$e = e' - (C * (t - t') * P / 1006)$$

P= en milibares

C = 0.5 si el bulbo húmedo esta mojado

C= 0.43 si el bulbo húmedo está congelado

(t-t') = en grados Celsius

e = en milibares

Nota: para ocupar este valor en el índice de refracción anterior, hay que transformar e a milímetros de mercurio

2.- Índice de refracción *

$$N = \frac{77.7 * P}{T} + \frac{77.7 * 4744 * e'}{T^2} - \frac{77.7 * 4744}{T^2} * [0.00066 * P * (t - t') * (1 + 0.001145 * t')]$$

P = milibares

(t-t') = grados Celsius

T = 273.15 +t

e' = milibares

Nota : * corresponde a manual de instrumento Tellumat CMW-20

3.- Índice de refracción⁸

$$N = B * P + A * e$$

$$e = e' - \Delta e$$

$$B = 4730 / (459.688 + t)$$

$$A = (8540/(459.688 + t)) * (4730/(459.688 + t))$$

P= en pulgadas de mercurio

t= en grados Fahrenheit

$$\Delta e = 0.000367 * P * (t - t') * [1 + ((t' - 32)/1571)]$$

$$e = e' - 0.000367 * P * (t - t') * [1 + ((t' - 32)/1571)]$$

t = temperatura en grados Fahrenheit del bulbo seco

t' = temperatura en grados Fahrenheit del bulbo húmedo

P = presión barométrica en pulgadas de mercurio

Ejercicios de aplicación

1.- Medición de distancias con equipos Infrarrojo

$$N_a = 1 + \left[\frac{N_g * 273.16 * p}{(273.16 + t) * 1013.25} - \frac{11.47 * e * 10^{-6}}{273.2 + t} \right] * 10^{-06}$$

t= Temperatura aire (bulbo seco)= 20° C

p= 800 milibares

N_g= 281.5

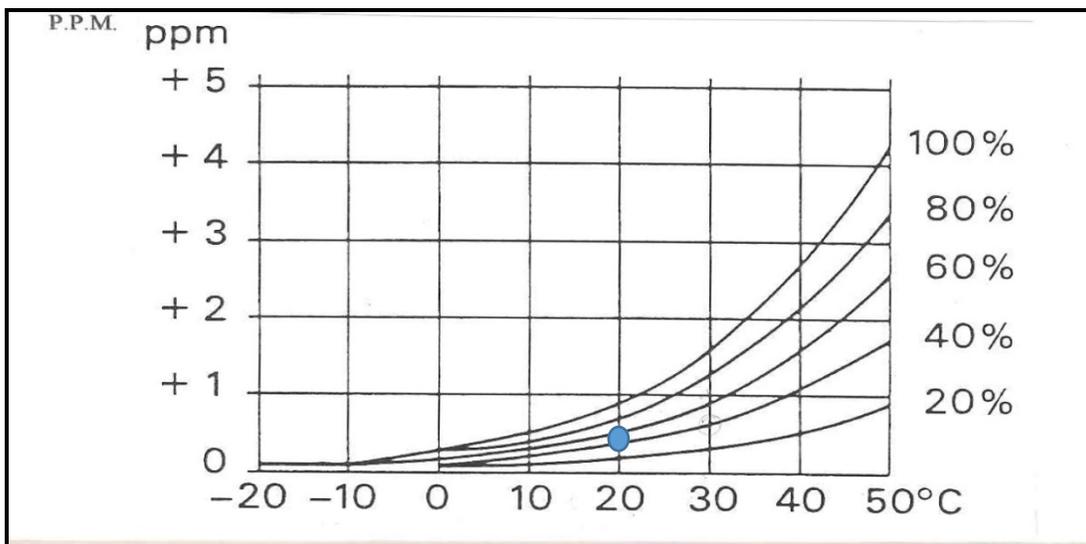
N_a= ?

Humedad = 60%

Distancia medida = D₀ = 5000.0 metros

$$N_a = 1 + \left[\frac{Ng * 273.16 * p}{(273.16 + t) * 1013.25} \right] * 10^{-06}$$

No se considera el segundo término de la expresión por no ser relevante su corrección, ver gráfico



Corrección aproximadamente 0.4 PPM., de acuerdo a condiciones ambientales de la medición.

$$N_a = 1 + [207.09] * 10^{-06}$$

$$N_a = 1.00020709$$

$$\text{Distancia Inclined} = 5000.0 * 1.000281.5 / 1.00020709$$

Distancia Inclinada = 5000.372 metros

Distancia está corregida por factores meteorológicos que afectan la medición electrónica.

2.- Medición de distancia con equipo de Onda de radio

$$D_0 = 5048.228 \text{ metros}$$

$$t = \text{temperatura seca (bulbo seco)} = 38.42 \text{ }^\circ\text{F} = 3.6 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$t' = \text{temperatura húmeda (bulbo húmedo)} = 31.90 \text{ }^\circ\text{F} = -0.06 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$P = 29.86 \text{ Pulgadas Mercurio} = 1011.173 \text{ milibares} = 7358.45 \text{ mmHg}$$

$$T = 273.16 + 3.6 = 276.76$$

$$T' = 273.16 + -0.06 = 273.10$$

$$T = 459.688 + 38.42 = 498.108$$

$$T' = 459.688 + 31.90 = 491.588$$

$$N_g = 325$$

2.1 Se calculará el índice de refracción **N** con la siguiente fórmula de un equipo

Tellumat CMW-20

$$N = \frac{77.7 * P}{T} + \frac{77.7 * 4744 * e'}{T^2} - \frac{77.7 * 4744}{T^2} * [0.00066 * P * (t - t') * (1 + 0.001145 * t')]$$

$$P = \text{milibares}$$

$$(t - t') = \text{grados Celsius}$$

$$T = 273.15 + t$$

$$e' = \text{milibares} = 6.084325301 \text{ milibares} = 0.17967 \text{ pulgadas de mercurio}$$

$$N = 301.41 \text{ PPM}$$

Si $N_0 = 325$ PPM

La distancia inclinada de la línea medida será:

$$D_i = D_0 * N_0 / N$$

$$D_i = 5048.228 * (1.000325 / 1.00030141)$$

$D_i = 5048.347$ metros

Corrección por Condiciones Meteorológicas (CCM) de la medición estará dada por:

$$CCM = N_0 - N$$

$$CCM = 325 - 301.41$$

$$CCM = 23.59 \text{ PPM}$$

$$CCM = 5048.228 * 0.0000236$$

$$CCM = 0.119 \text{ metros}$$

$$D_i = 5048.228 + 0.119$$

$$D_i = 5048.347 \text{ metros}$$

2.2 Calculo de **N** con la siguiente fórmula de un equipo **Telurómetro MRA.3**

$$N = B * P + A * e$$

$$e = e' - \Delta e$$

$$B = 4730 / (459.688 + t)$$

$$A = (8540 / (459.688 + t)) * (4730 / (459.688 + t))$$

P= en pulgadas de mercurio

t= en grados Fahrenheit

$$\Delta e = 0.000367 * P * (t - t') * [1 + ((t' - 32) / 1571)]$$

$$e = e' - 0.000367 * P * (t - t') * [1 + ((t' - 32) / 1571)]$$

t = temperatura en grados Fahrenheit del bulbo seco

t' = temperatura en grados Fahrenheit del bulbo húmedo

P = presión barométrica en pulgadas de mercurio

$$B = 9.495932609$$

$$A = 162.8065891$$

$$\Delta e = 0.071445654$$

$$e' = 0.17967 \text{ pulgadas de mercurio}$$

$$e = 0.108224346 \text{ pulgadas de mercurio}$$

$$N = 301.17$$

$$D_i = 5048.228 * (1.000325 / 1.00030117)$$

$$\mathbf{D_i = 5048.348 \text{ metros}}$$

La diferencia de valor se encuentra dentro del milímetro al calcular **N** con las fórmulas propuestas. Las exactitudes con que miden los equipos considerados son:

La exactitud del instrumento Teluometro MRA-3 es de = 15 milímetros + 3 ppm*D

La exactitud del instrumento Tellumat CMW -2 es de = 5 milímetros + 3 ppm* D

De acuerdo a la distancia observada de 5048.35 metros los equipos considerados en el cálculo presentan las siguientes exactitudes:

Telurometro MRA-3 = 15 milímetros + $0.000003 \cdot 5048.35$ metros

Telurometro MRA-3 = +/- 0.03 metros

Tellumat CMW-20 = 5 milímetros + $0.000003 \cdot 5048.35$ metros

Tellumat CMW-20 = +/- 0.02 metros

En consecuencia, el rango de exactitud que los equipos tienen permite concluir que la diferencia de un milímetro en el cálculo de la distancia no es relevante, ya que estos instrumentos tienen una exactitud que varía entre los 2 a 3 centímetros, para esta distancia.

VIII. NIVELACION GEOMETRICA

Es la operación de encontrar la elevación de puntos que se encuentran a cierta distancia. Este tipo de nivelación requiere una cierta cantidad de cambios instrumentales a lo largo de la ruta escogida. Para cada cambio, se debe realizar una lectura atrás a un punto de cota conocida y hacia delante a un punto de cota desconocida.

VIII.1 PROCEDIMIENTO DE NIVELACION:

En las figuras se presenta una ruta de nivelación que permite dar cota a puntos que no tienen elevación. El punto de partida de la figura corresponde a un punto de cota conocida, P.N. (pilar de nivelación), desde este punto se procede a realizar una línea de nivelación diferencial que permita conocer las cotas de cada uno de los puntos.

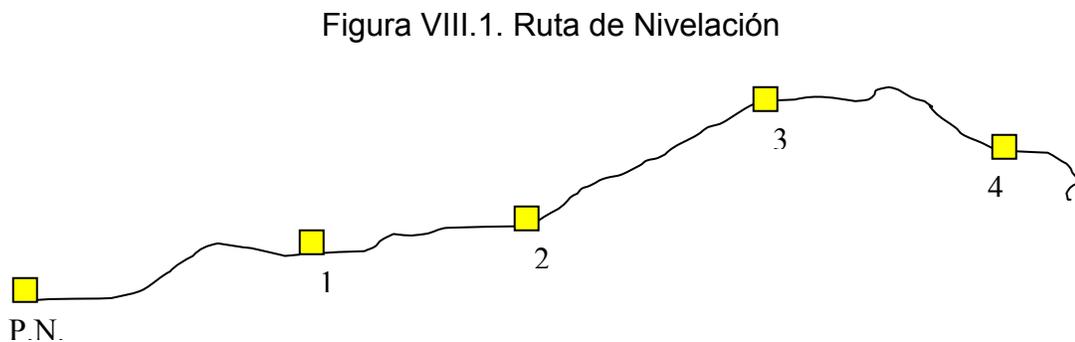


Figura VIII.2. Primera posición instrumental para dar cota a 1

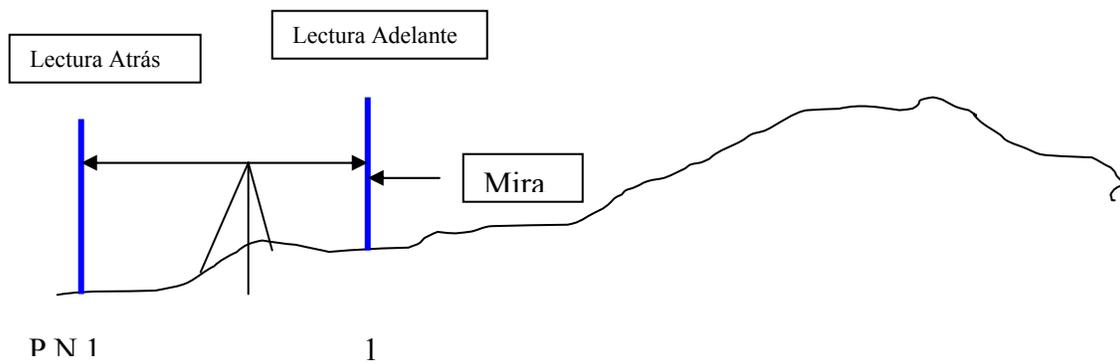


Figura VIII.3. Segunda posición instrumental, para dar cota a 2

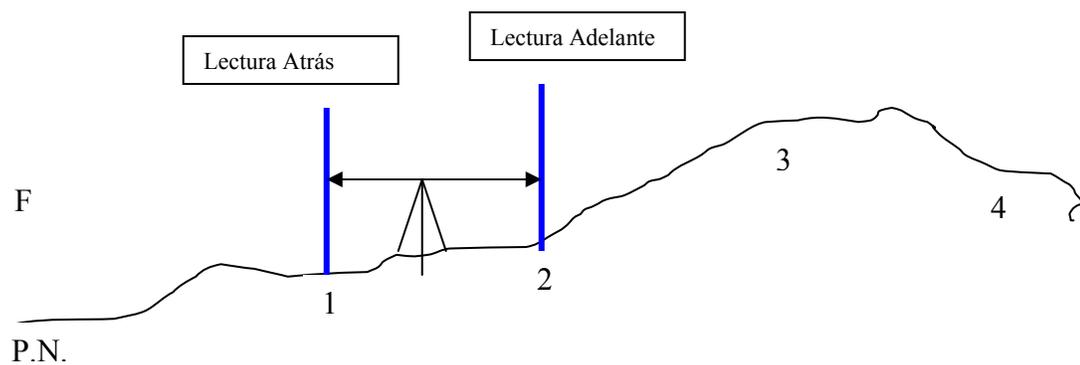


Figura VIII.4. Tercera posición instrumental, para dar cota a 3

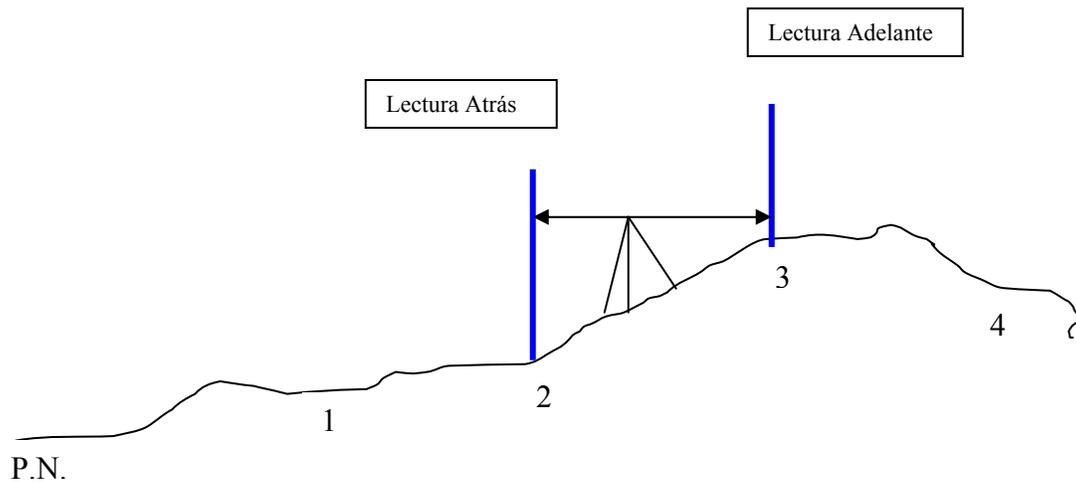
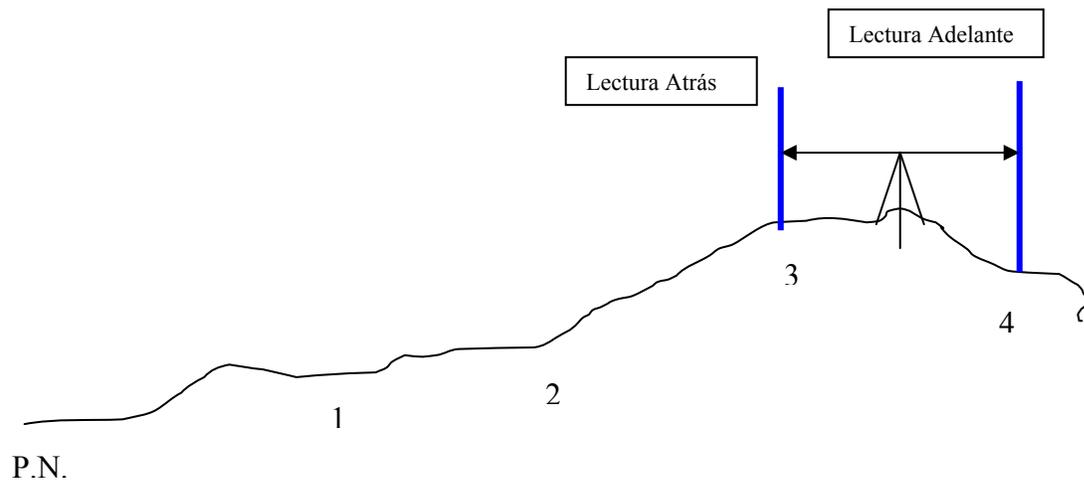


Figura VIII.5. Cuarta posición instrumental, para dar cota a 4



La figura 1 nos muestra el itinerario que sigue una nivelación geométrica diferencial para dar cota a los diversos puntos de ella. Las figuras 2 a 5 indican cada una de las posiciones instrumentales que permiten dar elevación a cada uno de los puntos de la línea de nivelación estudiada.

La diferencia de altura entre puntos que da determinada por:

$$\boxed{\text{Diferencia de Altura (Dh)} = \text{Lectura Atrás} - \text{Lectura Adelante}}$$

La cota de los puntos queda definida como sigue:

$$\text{Cota de 1} = \text{Cota de P.N.} + \text{Dh}$$

$$\text{Cota de 2} = \text{Cota de 1} + \text{Dh}$$

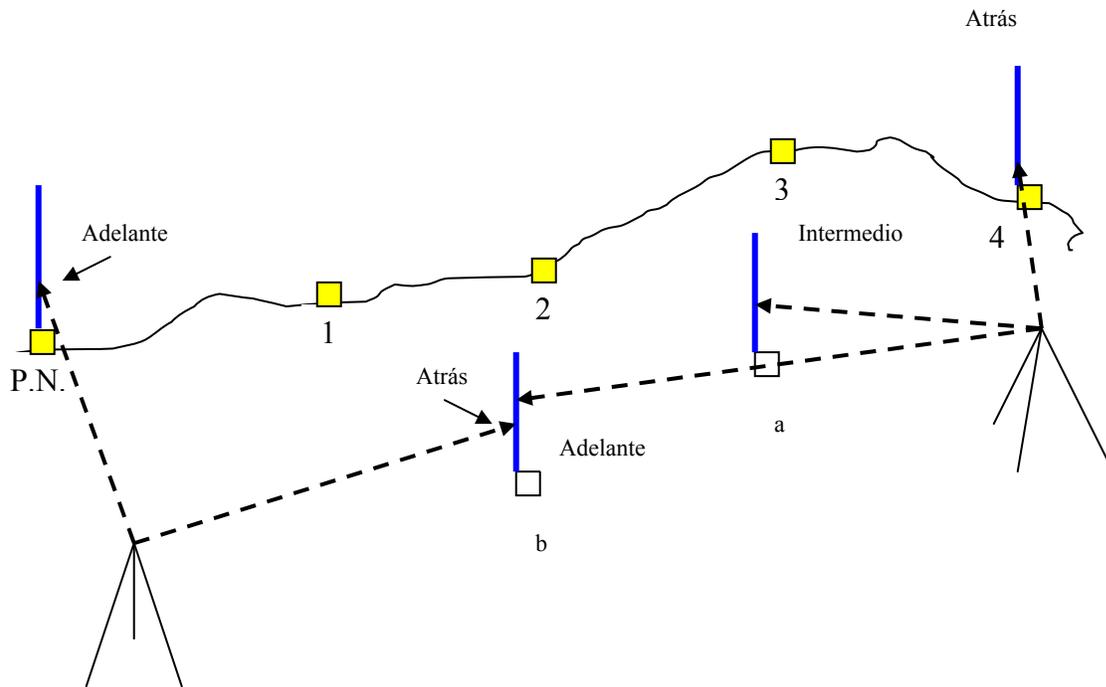
$$\text{Cota de 3} = \text{Cota de 2} + \text{Dh}$$

$$\text{Cota de 4} = \text{Cota de 3} + \text{Dh}$$

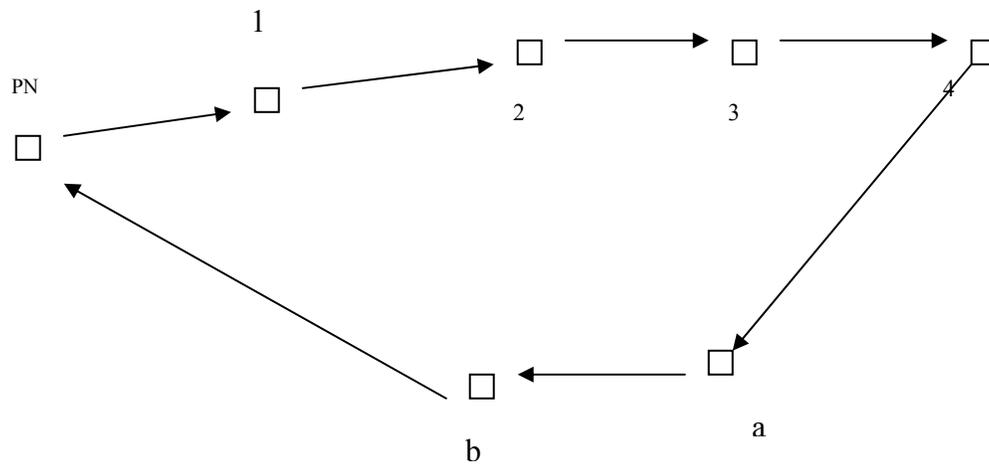
La línea de nivelación diferencial debe tener una comprobación de las diferencias de alturas medidas para lo cual el circuito antes señalado en la figura 1 y recorrido en las figuras 2 a 5 debe cerrarse, para lo cual se procede a regresar al punto de partida de la nivelación. El regreso desde la estación 4 a la estación P.N11. (o punto de partida P.P. o también denominada punto de referencia P.R.) puede realizarse siguiendo otro circuito. Lo importante es vincular la última estación medida con la de partida, de esta forma se consigue verificar la calidad de la medición y si esta se encuentra dentro de la tolerancia especificada por alguna normativa técnica previa al proceso de medición.

Si consideramos la figura 1 nuevamente como referencia para señalar una ruta de regreso a la estación de partida, tendremos entonces una serie de puntos que podrán estar fuera de la línea de nivelación y que nos permitirán cerrar el circuito de nivelación geométrica. Señalaremos a los puntos auxiliares con las letras **a** y **b**. La figura 6 nos indicará la ruta seguida para el cierre del polígono altimétrico considerado en la figura 1.

FiguraVIII.6. Nivelación Geométrica cerrada



VIII.7. Circuito de Nivelación Geométrica cerrada
(Planta)



VIII.2 DEFINICIONES:

Nivelación Geométrica: Proceso que permite conocer la diferencia de nivel entre dos puntos, en el terreno, mediante la diferencia de lectura en una regleta o mira.

Nivelación Cerrada: Proceso de nivelación que partiendo desde un punto de cota conocida sigue la línea de nivelación trazada, y luego vuelve al punto inicial, lo cual permite conocer la calidad de la nivelación realizada al poder calcular el error de cierre de esta nivelación.

Nivelación Abierta : Proceso de nivelación que parte de un punto de referencia con cota conocida sigue la línea de nivelación trazada, pero en este caso no vuelve al punto inicial, luego no es posible conocer el error de cierre de este trabajo.

Punto de Partida: Es un punto que tiene cota o altura conocida. Se le denomina también como Punto de Referencia (P.R.) o Pilar de Nivelación (P.N.), puede ser parte de una nivelación existente local o pertenecer a una red de nivelación nacional del I.G.M.

Mira Topográfica: Es una regleta de madera o aluminio graduada al centímetro que permite realizar lecturas en ella con el nivel, la diferencia de lectura a dos miras entrega la diferencia de altura entre esos puntos.

Tolerancia : Control de calidad de los trabajos realizados en terreno, por lo general las tolerancias se encuentran determinadas en las especificaciones técnicas que se

entregan previa a la realización de los trabajos de terreno.

Lectura Atrás

: Lectura que se realiza a una mira, en un proceso de nivelación, que se encuentra en un punto con cota conocida o que ya se encuentra vinculado a otro punto que tiene cota.

Lectura Adelante

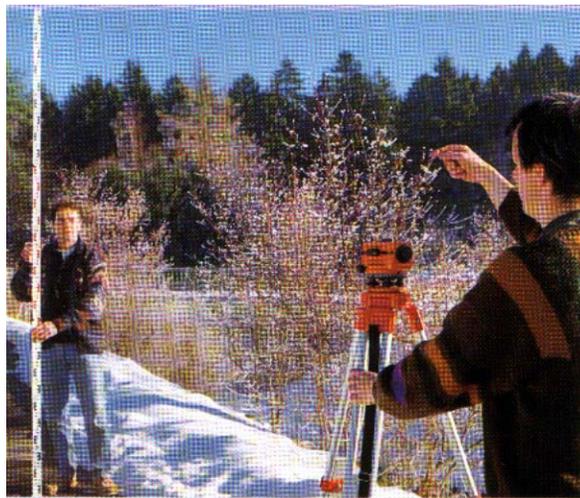
: Lectura que se hace a una mira que se encuentra en un punto de la línea de nivelación, o fuera de ella, al cual se desea conocer su diferencia de nivel.

Lectura Intermedia

: lectura que se hace a una mira que se encuentra en un punto al cual se desea conocer su cota y que no está en la línea de nivelación principal.

Cota

: Corresponde a una altura referida a un plano de referencia. Puede ser este plano referido al Nivel Medio del Mar o a un plano de referencia local o arbitrario.

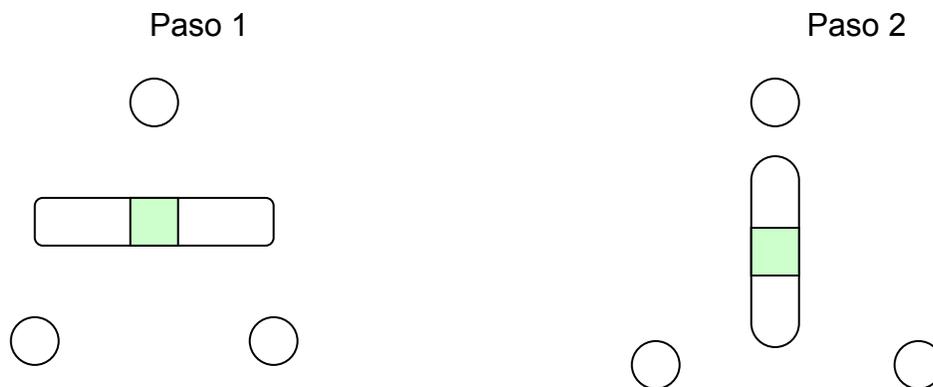


VIII.3 CONDICIONES DE OPERACIÓN DEL NIVEL:

VIII.3.1- La Línea de Fe debe ser perpendicular al eje vertical del instrumento.

Centrar la burbuja paralela a un par de tornillos de nivelar, Paso 1, luego enfrente la burbuja nivelante al tercero y centre la burbuja nuevamente, Paso 2. Una vez centrada la burbuja verifique nuevamente el centraje repitiendo los pasos 1 y 2. Nivelada la burbuja girar el instrumento 200 grados (centesimales) y la burbuja debería mantenerse centrada. De no existir paralelismo entre la línea de Fe y el eje vertical del instrumento la burbuja no se mantendrá centrada.

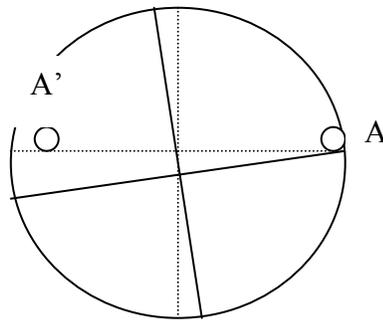
Figura VIII.9. Nivelación de burbuja horizontal del nivel



VIII.3.2- Que el hilo horizontal del retículo este en un plano perpendicular al eje vertical de rotación.

Visar con el hilo horizontal del retículo un punto bien definido, luego hágase girar el anteojo lentamente alrededor de su eje vertical. Si el punto se separa del hilo horizontal la condición de perpendicularidad antes señalada no se verifica. Del punto A a A'

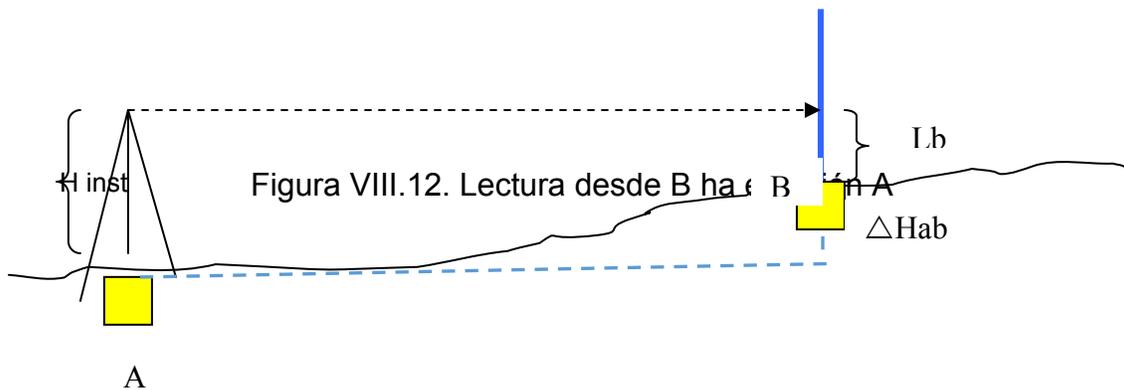
Figura VIII.10. Desplazamiento del hilo horizontal del retículo

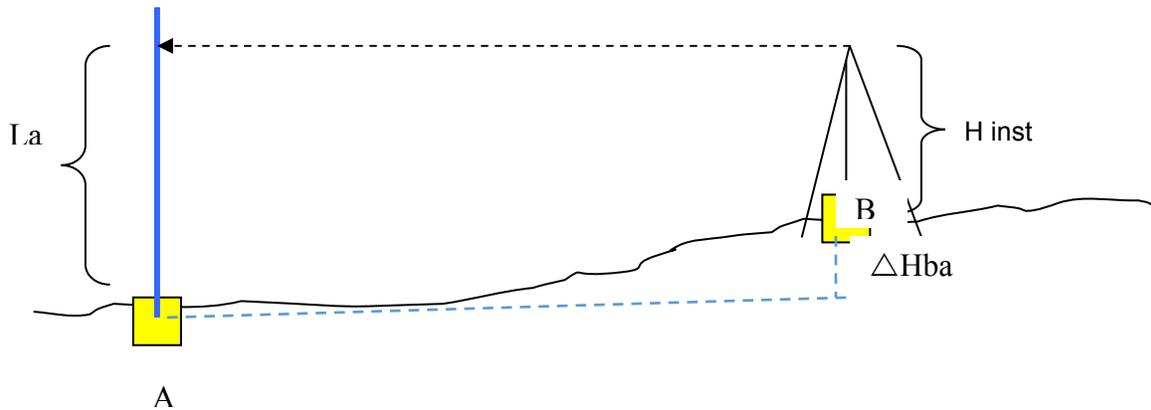


VIII.3.3.- Línea de Colimación paralela a la línea de Fe del instrumento

Se ubican dos miras a una distancia de 30 metros, estaciones A y B, en un terreno aproximadamente a nivel. Colocar el instrumento de manera que éste quede centrado sobre la estación A, efectuar la lectura a la mira colocada en B, L_b , y medir la altura instrumental, H_a , en A con un máximo de cuidado al milímetro. Luego trasladar el instrumento a la estación B medir en la mira colocada en la estación A, L_a , y medir la altura instrumental, H_b , en B con los mismos cuidados que se tuvieron en la estación A.

Figura VIII.11. Lectura desde A ha estación B





De figuras 17 y 18, Se debe verificar que: $H_{inst} A - L_b = H_{int} B - L_a$

De no cumplirse esta condición se debe considerar que el error por falta de paralelismo entre la línea de Fe y el eje de colimación del instrumento queda determinado por:

$$E = \frac{(H_a + H_b) - (L_a + L_b)}{2}$$

Si $H_a = 1,472$; $H_b = 1,481$; $L_b = 0,660$; $L_a = 2,295$

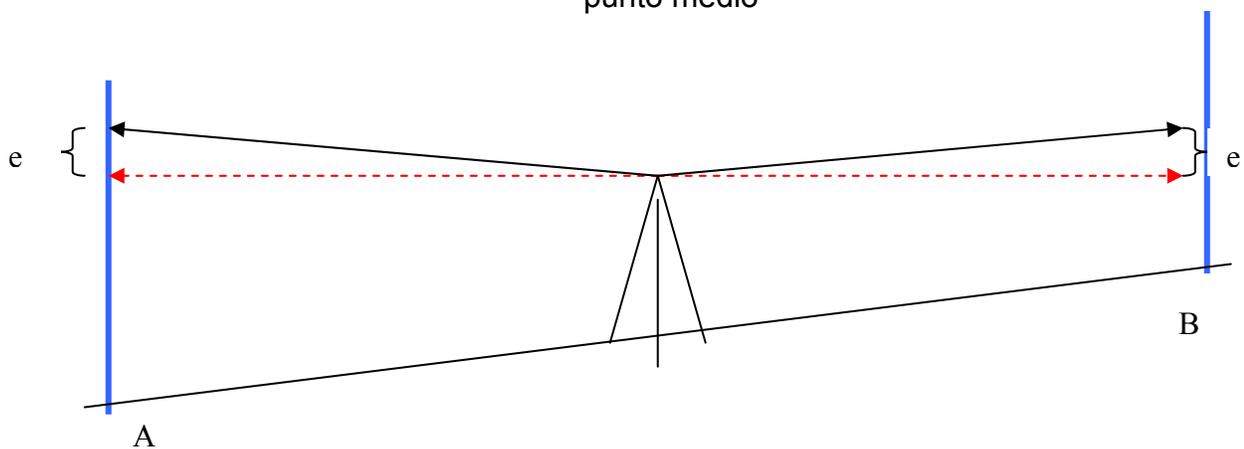
La distancia entre A y B es de 30 metros.

$$E = [(1,472 + 1,481) - (2,295 + 0,660)]/2 ;$$

Por lo tanto, el error por falta de paralelismo entre los dos ejes es de 0,001 metros (1 milímetro). Luego, en lecturas de 30 metros de longitud se produce un error de +/- 1 milímetro en la lectura en la mira como consecuencia de este error.

Si el instrumento se ubica al centro de dos miras y se procede a realizar las lecturas correspondientes este error se elimina por efecto de sustracción, debido a que en ambas miras se tiene la misma magnitud y el mismo signo, como se aprecia en la figura 19

Figura VIII.13.- Eliminación error de colimación por medio de la estación en el punto medio



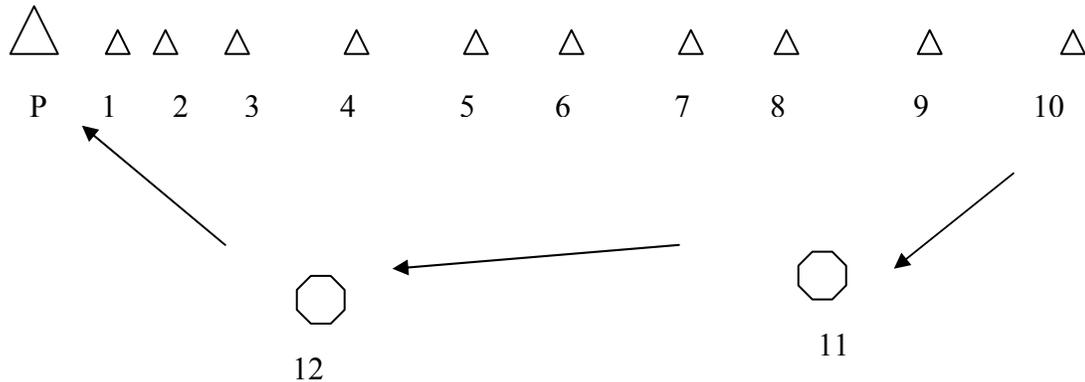
$$\Delta H = (L_a + e) - (L_b + e) \Rightarrow \Delta H = L_a - L_b + e - e \Rightarrow \boxed{\Delta H = L_a - L_b}$$

EJERCICIO VIII.1. DE NIVELACION

ESTACION	LECTURA ATRAS	LECTURA INTERMEDIA	LECTURA ADELANTE	DISTANCIA ENTRE ESTACIONES	COTA
PR	1,553				100,00
1	1,468		1,138	20	
2	1,818		0,814	20	
3	1,649		2,189	20	
4	2,034		1,462	20	
5	0,690		0,979	20	
6	1,538		1,389	20	
7	1,531		1,225	20	
8	1,568		1,414	20	
9	1,835		1,300	20	
10			1,084	20	
10	0,590			(vuelta a PR)	
11	1,259		1,875		
12	1,308		1,950		
P.R.			1,980		

CALCULO DE UN REGISTRO DE NIVELACION

GRAFICO DE MEDICIONES (planta)



El registro indica que es una nivelación geométrica cerrada, la línea de nivelación corresponde a las estaciones P.R. a 10, las estaciones 11 y 12 son puntos que sólo sirven para cerrar la poligonal.

La tolerancia considerada en este caso para el error de cierre de la nivelación será de:

$$Tolerancia = 15 * \sqrt{n} , \text{ en milímetros}$$

Donde **n** es el número de estaciones de cambio de la poligonal, en este caso **n** corresponde a 13. Luego la tolerancia será de 54,1 milímetros.

Si la nivelación tiene un error de cierre igual o menor a la tolerancia exigida podrá ser compensada y de este modo obtener las cotas definitivas de la nivelación.

Si el error de cierre es mayor que la tolerancia exigida, el trabajo de nivelación deberá ser repetido.

Calculo del registro de mediciones

ESTACION	LECTURA ATRAS	LECTURA ADELANTE	DESNIVEL	DISTANCIA PARCIAL	DISTANCIA ACUMULADA	COTA SIN COMPENSAR
P.R.	1,553				0	100,00
1	1,468	1,138	+0,415	20	20	100,415
2	1,818	0,814	+0,654	20	40	101,069
3	1,649	2,189	-0,371	20	60	100,698
4	2,034	1,462	+0,187	20	80	100,885
5	0,690	0,979	+1,055	20	100	101,940
6	1,538	1,389	-0,699	20	120	101,241
7	1,531	1,225	+0,313	20	140	101,554
8	1,568	1,414	+0,117	20	160	101,671
9	1,835	1,300	++0,268	20	180	101,939
10		1,084	+0,751	20	200	102,690
10	0,590					
11	1,259	1,875	-1,285			101,405
12.	1,308	1,950	-0,691			100,714
P.R.		1,980	-0,672			100,042
		Σ	/ 7,478 /			

Estaciones de Cambio = 13

Distancia total = 200 metros

Suma en valor absoluto de desniveles = 7,478 m.

Tolerancia = 0,0541 metros

Error de cierre = + 0,042 metros

El error de cierre de la nivelación es de un valor más pequeño que la tolerancia exigida, esto permite que sea posible efectuar la compensación de la nivelación

para obtener las cotas definitivas de línea de nivelación. El signo positivo del error nos indica que se deberá sumar con signo negativo la corrección a cada desnivel

La compensación se realizará considerando la suma en valor absoluto de los desniveles y el error de cierre, y se realizará de la siguiente forma:

$$Factor(Fc) = \frac{0,042}{7,478} = -0,00561647499$$

ESTACION	DESNIVEL + Fc *	DESNIVEL + CORRECCIÓN	DESNIVEL CORREGIDO	COTA FINAL COMPENSADA
P. R.				100,000
1	+0,415 – Fc*0,415	+ 0,415 – 0,002	+ 0,413	100,413
2	+0,654 – Fc*0,654	+ 0,654 – 0,004	+ 0, 650	101,063
3	-0,371 – Fc*0,371	- 0,371 – 0,002	- 0, 373	100,690
4	+0,187 – Fc*0,187	+ 0,187 – 0,001	+0,186	100,876
5	+1,055 – Fc*1,055	+ 1,055 – 0,006	+ 1,049	101,925
6	- 0, 699 – Fc*0,699	-0,699 –0,004	-0, 703	101,222
7	+0,313 – Fc* 0,313	+0,313 – 0,002	+ 0,311	101,533
8	+0,117 – Fc*0,117	+ 0,117 – 0,001	+ 0,116	101,649
9	+ 0,268 – Fc*0,268	+ 0,268 – 0,002	+ 0,266	101,915
10	+ 0,751 – Fc*0,751	+ 0,751 – 0,004	+ 0,747	102,662
11	-1,285 – Fc *1,285	-1,285 –0,007	- 1,292	101,370
12	- 0,691 – Fc*0,691	-0,691 – 0,004	- 0,695	100,675
P. R.	-0,672 – Fc * 0,672	-0,672 – 0,003	-0,675	100,000

La nivelación ha quedado compensada y las cotas finales de los puntos 1 al 10 son las definitivas.

VIII.4. LEVANTAMIENTOS DE PERFILES

VIII.4.1 Perfiles Longitudinales

Los desniveles de una línea de nivelación se representan en un perfil que aparece en el plano como si todos sus tramos estuvieran en la misma dirección. El levantamiento de un perfil se divide en dos etapas; la primera corresponde al levantamiento en terreno y la segunda al proceso de cálculo de cotas de las estaciones niveladas.

La nivelación se realiza dividiendo la línea a nivelar en tramos de 10 m., 20m., 50m, etc, dependiendo de las condiciones del terreno. Cada tramo se debe señalar y numerar en el terreno, de manera de fijar en puntos claramente identificados la posición de la mira. La figura 1 nos muestra una línea de nivelación señalada en el terreno mediante marcas definidas, las figuras 2 a 5 identifican la medición del perfil de nivelación correspondiente a los puntos PN11 y 4.

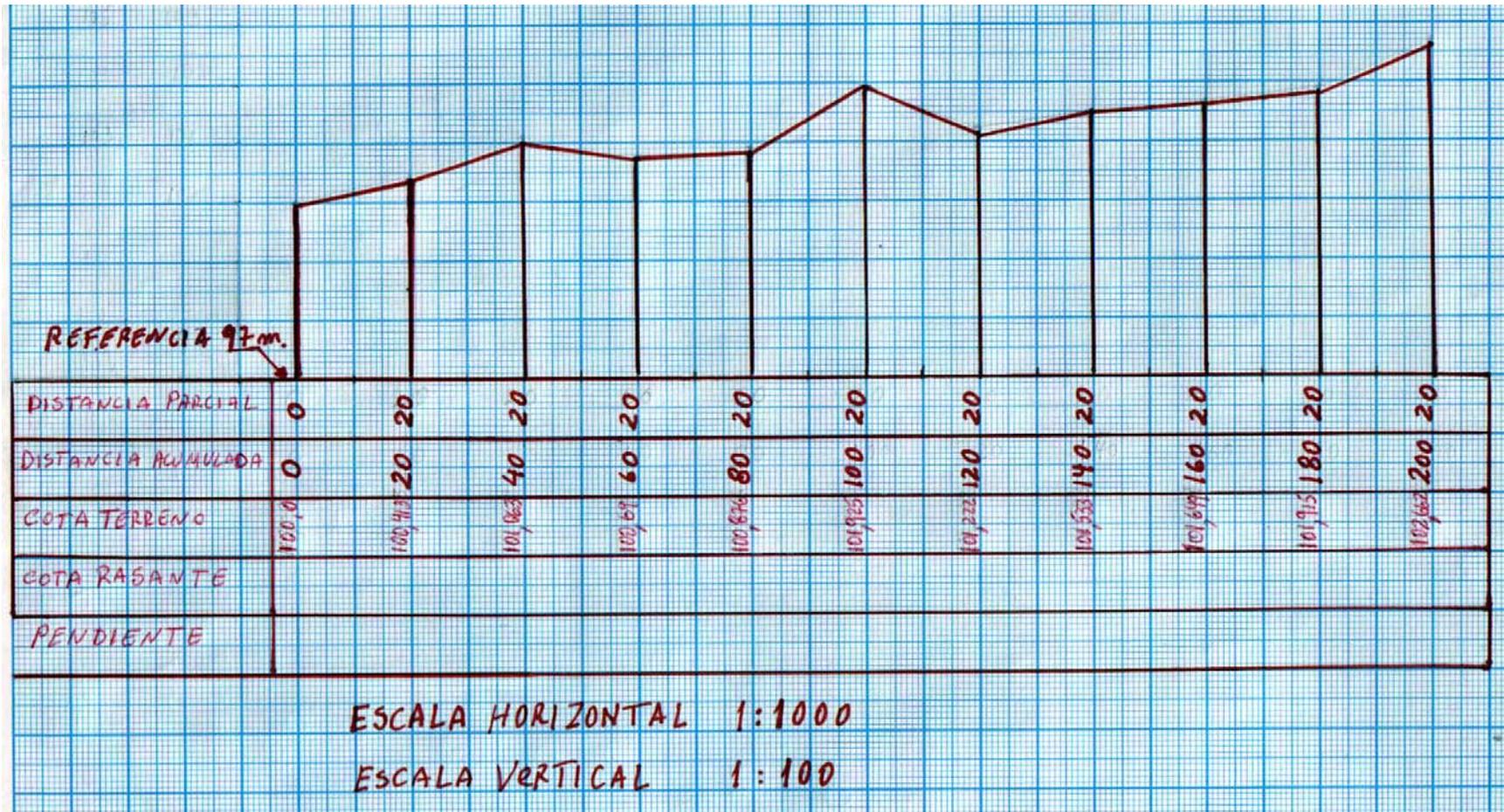
Los cálculos básicos de la nivelación en cuanto se refiere a los puntos de cambio de estación se hacen en el terreno, y en gabinete se realiza el calculo definitivo de la línea de nivelación y finalmente se calculan los puntos intermedios apoyándose en las cotas definitivas de las estaciones de la línea de nivelación.

Una vez calculadas las cotas de todas las estaciones de la nivelación, referidas a un punto de cota conocida, se procede a graficar estas en un papel milimetrado. En la actualidad existe software de topografía que permiten dibujar los perfiles en una forma más rápida.

Al dibujar el perfil se considera la utilización de dos escalas; una para representar las distancias y a las que se encuentran las estaciones del perfil y la otra es la que corresponde a la que representa las altitudes de las diversas estaciones del perfil. Por lo general existe una razón de 1:10 entre ambas escalas, si la escala de las distancias corresponde a 1: 1000, la escala de las altitudes del perfil corresponderá a 1: 100. Esta exageración producida en la representación de las altitud es la que permite visualizar con más claridad las características de elevación que tiene el terreno que se encuentra levantado.

EJERCICIO VIII.2. PEFIL LONGITUDINAL

(Datos obtenidos del Ejercicio 1)



VIII.5. CALCULO DE RASANTE ¹⁰

En topografía se utiliza el concepto de pendiente para indicar la proporción que sube o baja una línea, quedando expresada en tanto por ciento por lo general. Una línea que sube 4% significa que en 100 metros horizontales sube 4 metros, si tiene una pendiente negativa de 5%, esto implica que la línea en 100 metros horizontales baja 5 metros.

El término de *rasante* se utiliza para indicar la línea que se dibuja en el perfil longitudinal de un camino u otra obra que se encuentra construida o que está por construirse. En el caso de un camino, la *rasante* es la elevación o cota de cada punto de la carpeta de rodado diseñada.

Si consideramos a modo de ejemplo, que se busca encontrar la rasante comprendida entre el punto PR y el punto 10. Se deberá trazar una línea que una los puntos PR y el punto 10, calcular su pendiente y calcular las cotas que dicha rasante tendrá en cada uno de los puntos de la línea de nivelación.

La pendientes se calculará dividiendo la diferencia de altura por la distancia horizontal acumulada: $P = \Delta h / \Sigma d \Rightarrow P = 2,662 / 200 \Rightarrow P = 0,01331$.

El cálculo de la cota de la rasante se realiza de la siguiente forma:

$$C_p = P * d_i$$

$$C_p(\text{PR}) = 100$$

$$C_r(1) = C_r(\text{PR}) + 0,01331 * 20 = 100,27 \text{ m.}$$

$$C_r(2) = C_r(\text{PR}) + 0,01331 * 40 = 100,53 \text{ m.}$$

$$C_r(3) = C_r(\text{PR}) + 0,01331 * 60 = 100,80 \text{ m.}$$

$$C_r(4) = C_r(\text{PR}) + 0,01331 * 80 = 101,06 \text{ m.}$$

$$C_r(5) = C_r(\text{PR}) + 0,01331 * 100 = 101,33 \text{ m.}$$

$$C_r(6) = C_r(\text{PR}) + 0,01331 * 120 = 101,60 \text{ m.}$$

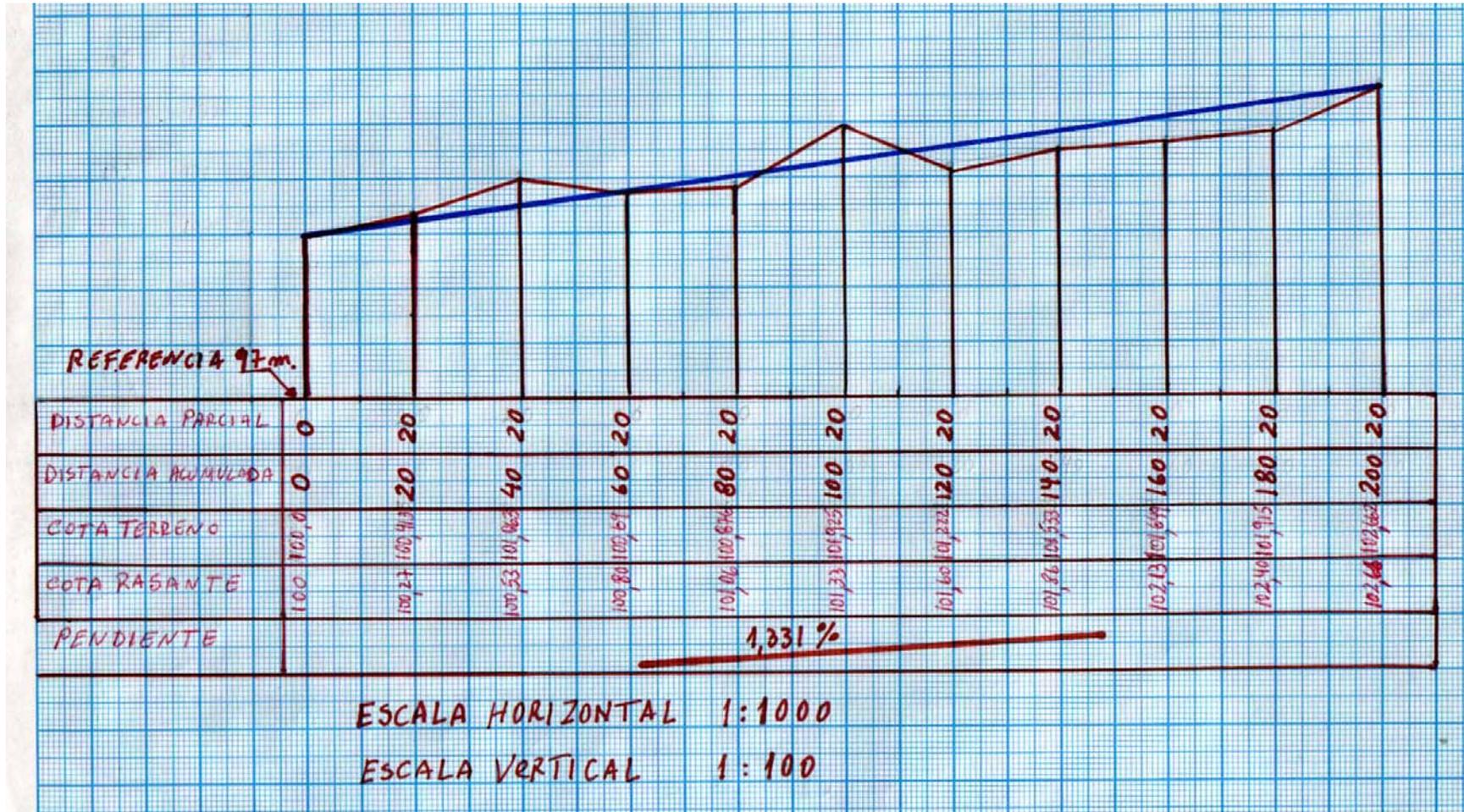
$$C_r(7) = C_r(\text{PR}) + 0,01331 * 140 = 101,86 \text{ m.}$$

$$C_r(8) = C_r(\text{PR}) + 0,01331 * 160 = 102,13 \text{ m.}$$

$$C_r(9) = C_r(\text{PR}) + 0,01331 * 180 = 102,40 \text{ m.}$$

$$C_r(10) = C_r(\text{PR}) + 0,01331 * 200 = 102,662 \text{ m.}$$

EJERCICIO VIII.3.- Aplicación de una rasante al perfil longitudinal del ejercicio 2



VIII.6 CALCULO DE VOLUMEN

PARA SUPERFICIES IGUALES CORTE O TERRAPLÉN:

$$\text{Volumen de corte} = (Sc 1 + Sc 2) * D / 2$$

En donde:

Sc 1 = Superficie total de corte del perfil 1

SC 2 = Superficie total de corte del perfil 2

D = Distancia en terreno entre los puntos 1 y 2

$$\text{Volumen de terraplén} = (St 1 + St 2) * D / 2$$

En donde:

Sc 1 = Superficie total de terraplén del perfil 1

SC 2 = Superficie total de terraplén del perfil 2

D = Distancia en terreno entre los puntos 1 y 2

PARA SUPERFICIES MIXTAS.

$$\text{Volumen de corte} := (Sc1^2 / (Sc1 + St2)) * D / 2$$

En donde:

Sc1= Superficie de corte del perfil 1

St2 = Superficie de terraplén del perfil 2

D = distancia entre perfiles

$$\text{Volumen de Terraplén} = (St2^2 / (St21 + Sc1)) * D / 2$$

En donde:

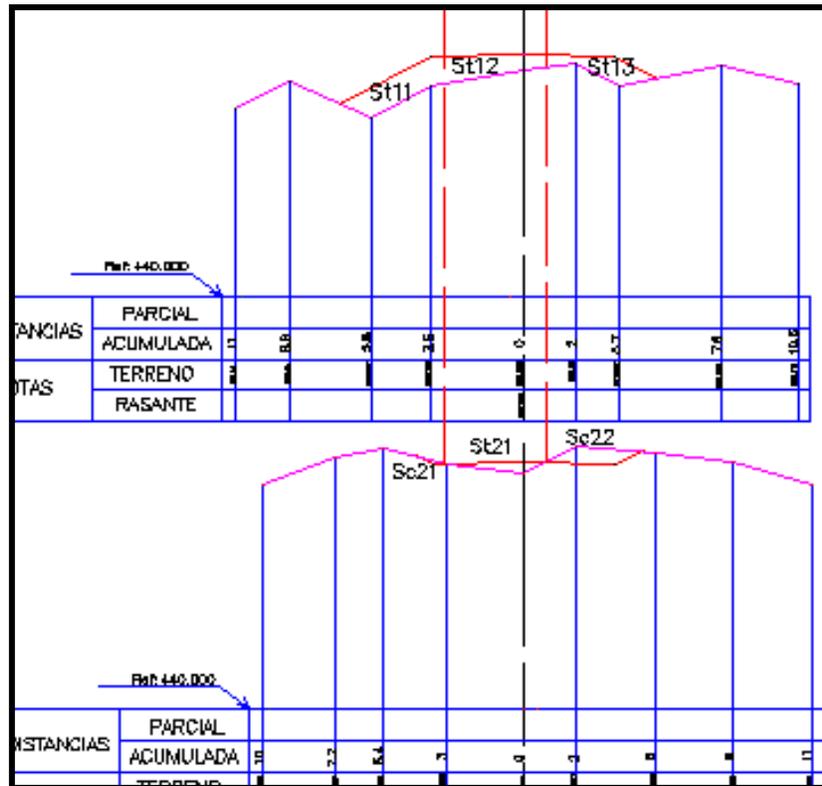
Sc1= Superficie de corte del perfil 1

St2 = Superficie de terraplén del perfil 2

D = distancia entre perfiles

Ambas fórmulas se ocupan para cada par de superficies enfrentadas.

Ejemplo:



$$Vt1 = (St11^2 / (Sc21 + St11)) * D / 2$$

$$Vc1 = (Sc21^2 / (Sc21 + St11)) * D / 2$$

$$Vt2 = (St12 + St21) * D / 2$$

$$Vc2 = 0$$

$$Vt3 = (St13^2 / (Sc22 + St13)) * D / 2$$

$$Vc3 = (Sc22^2 / (Sc22 + St13)) * D / 2$$

Por lo tanto el volumen total de terraplén y de corte entre los perfiles 1 y 2 quedan determinados por:

$$V \text{ total Terraplén} = Vt1 + Vt2 + Vt3$$

$$V. \text{ total de corte} = Vc1 + Vc2 + Vc3$$

EJERCICIO VIII.4. CALCULO DE VOLUMENES

REGISTRO DE NIVELACION-PERFILES TRANSVERSALES

ESTACION	PUNTO	DISTANCIA	DISTANCIA	ATRAS	LECTURA	
		PARCIAL	ACUMULADA		INTERMEDIA	ADELANTE
	PR	0	0	1.322		
	1D	2			1.472	
	2D	4			1.617	
	3D	6			1.727	
E1	1I	2			1.102	
	2I	4			0.941	
	3I	6			0.869	
	1	20	20			0.950
	1D	2			1.117	
	2D	4			1.279	
	3D	6			1.426	
	1I	2			0.757	
	2I	4			0.612	
	3I	6			0.418	

IX. BIBLIOGRAFIA

¹ Davis Raymond, Kelly J. Topografía Elemental, Ediciones CEAC España, 1º Edición 1971

² Domenech Francisco, Topografía, Ediciones CEAC Barcelona, España,, 2º Edición, 1985

³ Torres N. alvaro, Topografía, Escuela Colombiana de Ingeniería, Printice Hall, 4º edición, 2001

⁴ Morales Mario, Manual de Geodesia y Topografía, Ediciones proyecto Sur de Ediciones S.L. Granada, España, 1998

⁵ Edward M. Mikhail, Gracie Gordon, Analysis And Survey measurements, Van Nostrand Reinhold Company, New York, Estados Unidos, 1981

⁶ Moffitt Francis, Bouchard Harry, Surveying, Harper & Row, Publishers, New York, Estados Unidos, 1982.

⁷ Bomford G., Geodesy, Oxford at the Clarendon Press, Inglaterra, 3º Edition, 1971

⁸ Departament of the Army Technical Manual, Surveying Computer's Manual, Headquarters, Department of the Army, Estados Unidos, 1982

⁹ Manual de Distanciómetro Distomat DI-3000

¹⁰ Corral de vilolena Ignacio, Topografía de Obras, Alfaomega Ediciones UPC, Barcelona, España, 2000