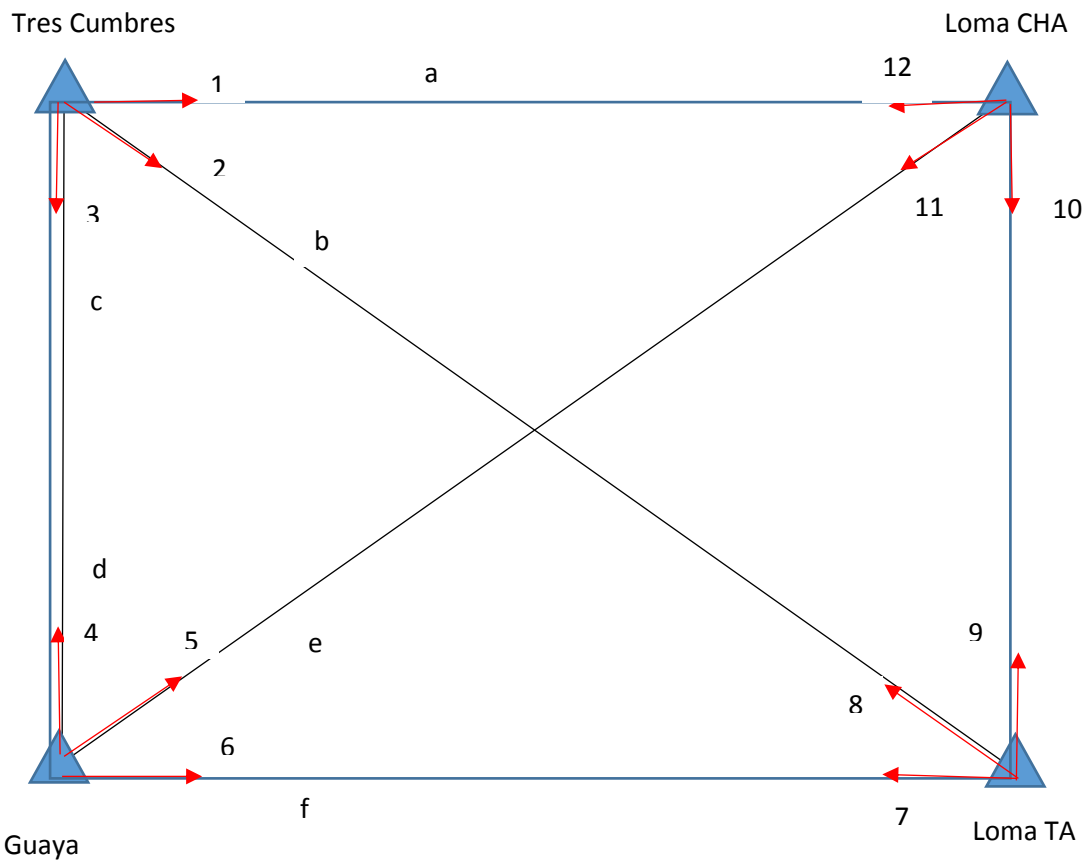


COMPENSACIÓN DE UN CUADRILÁTERO POR MINIMOS CUADRADOS



n = Número total de líneas

n' = Líneas medidas en ambas direcciones

s = Total de estaciones

s' = Estaciones ocupadas

n	n'	s	s'
6	6	4	4

ECUACIONES DE CONDICIÓN

$$\text{ECUACIONES DE ANGULO} = n' - s' + 1 = 3$$

$$\text{ECUACIONES DE LADO} = n - 2s + 3 = 1$$

$$\text{Total de Ecuaciones de condición en el cuadrilátero} = 4$$

Formación de Triángulos

Dirección	Ángulos
-5+6	46° 24' 21.35"
-7 +9	73° 20' 42.02"
-10+11	60° 14' 59.31"
Suma	180° 00' 02.68"
Exceso Esférico	1,12"
Error de cierre	+1.56"

Dirección	Ángulos
-2+3	43° 15' 27.99"
-4+6	113° 18' 46.70"
-7+8	23° 25' 45.83"
Suma	180° 00' 00.52"
Exceso Esférico	0.74"
Error de cierre	-0.22"

Dirección	Ángulos
-1+3	81° 44' 12.14"
-4+5	66° 54' 25.35"
-11+12	31° 21' 21.17"
Suma	179° 59' 58.66"
Exceso Esférico	0.83"
Error de cierre	-2.17"

Dirección	Ángulos
-1+2	38° 28' 44.15"
-8+9	49° 54' 56.19"
-10+12	91° 36' 20.48"
Suma	180° 00' 00.82"
Exceso Esférico	1.20"
Error de cierre	-0.38"

ECUACIÓN DE LADO

POLO DE GIRO: CERRO TRES CRUCES

$$(a/b) * (b/c) * (c/a) = 1$$

$$[(\text{Sen } (-8+9)/\text{Sen } (-10+12))^* (\text{Sen } (-4+6)/ \text{Sen } (-7+8))^* (\text{Sen } (-11+12)/\text{Sen } (-4+5))] = 1$$

Aplicando Logaritmos en la solución de la ecuación de lado se tendrá:

$$[\log \text{seno } (-8+9) + \log \text{seno } (-4+6) + \log \text{seno } (-11+12)] - [\log \text{seno } (-10+12) + \log \text{seno } (-7+8) + \log \text{seno } (8-4+5)] = 0$$

Las diferencias de las sumatorias de los logaritmos senos de los ángulos observados debería ser cero, pero debido a los errores ocurridos en las mediciones de terreno, esta ecuación no cumple con esta condición.

En este caso la diferencia es de 2,694 unidades del sexto decimal, lo que se aprecia en la tabla siguiente:

Dirección	Ángulo	Logaritmo seno	Diferencia seno 1" (6° decimal)
-8 + 9	49° 54' 56.19"	9.883716410	+1.77
-4 + 6	113° 18' 46.70"	9.963011448	-0.9
-11 + 12	31° 21' 21.17"	9.716297410	+3.46
	suma	29.563025268	

Dirección	Ángulo	Logaritmo seno	Diferencia seno 1" (6° decimal)
-10 +12	91° 36' 20.48"	9.999829435	-0.06
-7 + 8	23° 25' 45.83"	9.599466821	+4.86
-4 + 5	66° 54' 25.35"	9.963726318	+0.898
	suma	29.563022574	

	29.563025268
	29.563022574
Diferencia	2.694 (unidades del sexto decimal)

$$[(-8)*1.77+(9)*1.77+(-4)*-0.9+(6)*-0.9+(-11)*3.46+(12)*3.46] - [(-10)*-0.06+(12)*-.06+(7)*4.86+(8)*4.86+(-4)*0.898+(5)*0.898] = - 2.694$$

$$1.8*(4) - 0.9*(5) - 0.9*(6) + 4.86*(7) - 6.63*(8) + 1.77*(9) - 0.06*(10) - 3.46*(11) + 3.52*(12) = - 2.694$$

ECUACIONES CONDICIONADAS

$$1) -v_5 + v_6 - v_7 + v_9 - v_{10} + v_{11} = -1.56''$$

$$2) -v_2 + v_3 - v_4 + v_6 - v_7 + v_8 = + 0.22''$$

$$3) -v_1 + v_3 - v_4 + v_5 - v_{11} + v_{12} = +2.17''$$

$$4) 1.8v_4 - 0.9v_5 - 0.9v_6 + 4.86v_7 - 6.63v_8 + 1.77v_9 - 0.06v_{10} - 3.46v_{11} + 3.52v_{12} = -2.694$$

Se asume en este caso que todas las observaciones son independientes y de igual peso por lo tanto la matriz Peso será 1

$$[W] = 1$$

SOLUCIÓN MATRICIAL AL SISTEMA PROPUESTO PARA AJUSTAR POR MINIMOS CUADRADOS

$$[A]*[v] = [f]$$

$$[v] = [W]^{-1}*[A]^t*[λ]$$

$$[A]*[W]^{-1}*[A]^t*[λ] = [f]$$

$$[A]*[W]^{-1}*[A]^t = \text{Ecuaciones normales (matriz cuadrada)}$$

$$[λ] = [[A]*[W]^{-1}*[A]^t]^{-1}*[f]$$

$$[v] = [W]^{-1}*[A]^t*[[A]*[W]^{-1}*[A]^t]^{-1}*[f]$$

v = valores residuales que permiten ajustar la malla

$$[A]*[v] = [f]$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1.8 & -0.9 & -0.9 & 4.86 & -6.63 & 1.77 & -0.06 & -3.46 & 3.52 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} v1 \\ v2 \\ v3 \\ v4 \\ v5 \\ v6 \\ v7 \\ v8 \\ v9 \\ v10 \\ v11 \\ v12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.56 \\ +0.22 \\ +2.17 \\ -2.694 \end{bmatrix}$$

$$[A]^* [A]^t$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1.8 & -0.9 & -0.9 & 4.86 & -6.63 & 1.77 & -0.06 & -3.46 & 3.52 \end{bmatrix}$$

$$* \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 1.8 \\ -1 & 0 & 1 & -0.9 \\ 1 & 1 & 0 & -0.9 \\ -1 & -1 & 0 & 4.86 \\ 0 & 1 & 0 & -6.63 \\ 1 & 0 & 0 & 1.77 \\ -1 & 0 & 0 & -0.06 \\ 1 & 0 & -1 & -3.46 \\ 0 & 0 & 1 & 3.52 \end{bmatrix}$$

$$[A]^* [A]^t = \begin{bmatrix} 6 & 2 & -2 & -6.49 \\ 2 & 6 & 2 & -14.19 \\ -2 & 2 & 6 & 4.28 \\ -6.49 & -14.19 & 4.28 & 99.94 \end{bmatrix}$$

$$[[A]^* [A]^t]^{-1} = \begin{bmatrix} 0.259557 & -0.170558 & 0.153306 & -0.0139268 \\ -0.170558 & 0.467168 & -0.259931 & 0.0663868 \\ 0.153306 & -0.259931 & 0.333836 & -0.0412476 \\ -0.0139268 & 0.0663868 & -0.0412476 & 0.020294 \end{bmatrix}$$

$$\lambda = [[A]^* [A]^t]^{-1} * [f]$$

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} 0.259557 & -0.170558 & 0.153306 & -0.0139268 \\ -0.170558 & 0.467168 & -0.259931 & 0.0663868 \\ 0.153306 & -0.259931 & 0.333836 & -0.0412476 \\ -0.0139268 & 0.0663868 & -0.0412476 & 0.020294 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -1.56 \\ +0.22 \\ +2.17 \\ -2.694 \end{bmatrix}$$

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} -0.072 \\ -0.374 \\ +0.539 \\ -0.108 \end{bmatrix}$$

$$[v] = [A]^{t*} [\lambda]$$

$$[v] = [A]^{t*} [\lambda] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 1.8 \\ -1 & 0 & 1 & -0.9 \\ 1 & 1 & 0 & -0.9 \\ -1 & -1 & 0 & 4.86 \\ 0 & 1 & 0 & -6.63 \\ 1 & 0 & 0 & 1.77 \\ -1 & 0 & 0 & -0.06 \\ 1 & 0 & -1 & -3.46 \\ 0 & 0 & 1 & 3.52 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0.072 \\ -0.374 \\ +0.539 \\ -0.108 \end{bmatrix}$$

$$[v] = \begin{bmatrix} -0.539 \\ 0.374 \\ 0.165 \\ -0.359 \\ 0.708 \\ -0.349 \\ -0.079 \\ 0.342 \\ -0.263 \\ 0.078 \\ -0.237 \\ 0.159 \end{bmatrix}$$

$$v_1 = -0.539 = -0.54$$

$$v_2 = 0.374 = 0.37$$

$$v_3 = 0.165 = 0.16$$

$$v_4 = -0.359 = -0.36$$

$$v_5 = 0.708 = 0.71$$

$$v_6 = -0.349 = -0.35$$

$$v_7 = -0.079 = -0.08$$

$$v_8 = 0.342 = 0.34$$

$$v_9 = -0.263 = -0.26$$

$$v_{10} = 0.0780 = .08$$

$$v_{11} = -0.237 = -0.24$$

VERIFICACIÓN DE ECUACIONES

1) Ecuación de lado

Dirección	Ángulo			
-8 + 9	49° 54' 56.19"	-0.34+-0.26	- 0.60"	49° 54' 55.59"
-4 + 6	113° 18' 46.70"	0.36+-0.35	0.01	113° 18' 46.71"
-11 + 12	31° 21' 21.17"	0.24+0.16	0.40	31° 21' 21.57"
	suma			

Dirección	Ángulo	Logaritmos senos
-8 + 9	49° 54' 55.59"	9.883715347
-4 + 6	113° 18' 46.71"	9.963011438
-11 + 12	31° 21' 21.57"	9.716298792
		29.56302558

Dirección	Ángulo			
-10 +12	91° 36' 20.48"	-0.08 + 0.16	0.08"	91° 36' 20.56"
-7 + 8	23° 25' 45.83"	0.08 +0.34	0.42"	23° 25' 46.25"
-4 + 5	66° 54' 25.35"	0.36 +0.71	1.07"	66° 54' 26.42"
	suma			

Dirección	Ángulo	Logaritmo seno
-10 +12	91° 36' 20.56"	9.999829431
-7 + 8	23° 25' 46.25"	9.599468862
-4 + 5	66° 54' 26.42"	9.963727278
		29.56302557

29.56302558
29.56302557
0.0000001

Corresponde a una (1) unidad del octavo decimal la diferencia en el ajuste, este valor residual puede ser no considerado por su magnitud.

2.- Ecuaciones de Angulo y Lado

$$1) (-0.71 - 0.35 + 0.08 - 0.26 - 0.08 - 0.24) + 1.56 = 0$$

$$2) (-0.37 + 0.16 + 0.36 - 0.35 + 0.08 + 0.34) - 0.22 = 0$$

$$3) (0.54 + 0.16 + 0.36 + 0.71 + 0.24 + 0.16) - 2.17 = 0$$

$$4) (1.8*(-0.36) - 0.9*(0.71) - 0.9*(-0.35) + 4.86*(-0.08) - 6.63*(0.34) + 1.77*(-0.26) - 0.06*(0.08) - 3.46*(-0.24) + 3.52*(0.16)) + 2.694 = 0$$

Diferencia de una unidad (1) del octavo decimal

El ajuste se ha comprobado que se encuentra realizado con éxito

3.- Corrección Angular

Dirección	Ángulos		
-5+6	46° 24' 21.35"	-1.06"	46° 24' 20.29"
-7 +9	73° 20' 42.02"	-0.18"	73° 20' 41.84"
-10+11	60° 14' 59.31"	-0.32"	60° 14' 58.99"
Suma			180° 00' 01.12"
Exceso Esférico	1,12"		

Dirección	Ángulos		
-2+3	43° 15' 27.99"	-0.21	43° 15' 27.78"
-4+6	113° 18' 46.70	0.01	113° 18' 46.71"
-7+8	23° 25' 45.83"	0.42	23° 25' 46.25"
Suma			180° 00' 0.74"
Exceso Esférico	0.74"		

Dirección	Ángulos		
-1+3	81° 44' 12.14"	0.70	81° 44' 12.84"
-4+5	66° 54' 25.35"	1.07	66° 54' 26.42"
-11+12	31° 21' 21.17"	0.40	31° 21' 21.57"
Suma			180° 00' 0.83"
Exceso Esférico	0.83"		

Dirección	Ángulos		
-1+2	38° 28' 44.15"	0.91	38° 28' 45.06"
-8+9	49° 54' 56.19"	-0.60	49° 54' 55.59"
-10+12	91° 36' 20.48"	0.08	91° 36' 20.56"
Suma			180° 00' 01.21"
Exceso Esférico	1.20"		

ANÁLISIS DE PRECISIÓN DEL AJUSTE

$$S_0 = \sqrt{\frac{v^t * W * v}{r}}$$

r= Número de Ecuaciones necesitadas para el ajuste = 4

[W] = 1

$$[v^t * v] = 1.489476$$

$S_0 = \pm 0.610$, precisión del ajuste del cuadrilátero

PRECISIÓN DEL AJUSTE DE CADA UNA DE LAS ECUACIONES

$S_i = S_0 * [N]^{-1}$ (raíz cuadrada de la Diagonal principal)

$$[N]^{-1} = [A * W^{-1} * A^t]^{-1}$$

$$[[A]^* [A]^t]^{-1} = \begin{bmatrix} 0.259557 & -0.170558 & 0.153306 & -0.0139268 \\ -0.170558 & 0.467168 & -0.259931 & 0.0663868 \\ 0.153306 & -0.259931 & 0.333836 & -0.0412476 \\ -0.0139268 & 0.0663868 & -0.0412476 & 0.020294 \end{bmatrix}$$

$\sigma_{11} =$ raíz cuadrada de 0.259557 = ± 0.509467369

$\sigma_{22} =$ raíz cuadrada de 0.467168 = ± 0.683496891

$\sigma_{33} =$ raíz cuadrada de 0.333836 = ± 0.577785427

$\sigma_{44} =$ raíz cuadrada de 0.020294 = ± 0.132457011

$S_1 = 0.31$

$S_2 = 0.42$

$S_3 = 0.35$

$S_4 = 0.08$

CALCULO DE CORRELACIÓN ENTRE ECUACIONES

$$\sigma_{IJ} = \frac{\sigma_{IJ}}{\sigma_{ii} * \sigma_{jj}}$$

Correlación ecuaciones 1 y 2

$$\sigma_{1-2} = -0.170558 / (0.509467369 * 0.683496891) = -0.49 \text{ (correlación baja)}$$

Correlación ecuaciones 1 y 3

$$\sigma_{1-3} = 0.153306 / (0.509467369 * 0.577785427) = 0.52 \text{ (correlación es baja)}$$

Correlación ecuaciones 1 y 4

$$\sigma_{1-4} = -0.0139268 / (0.509467369 * 0.132457011) = 0.21 \text{ (muy baja correlación)}$$

Correlación ecuaciones 2 y 3

$$\sigma_{2-3} = -0.259931 / (0.683496891 * 0.577785427) = -0.66 \text{ (correlación baja)}$$

Correlación ecuaciones 2 y 4

$$\sigma_{2-4} = 0.0663868 / (0.683496891 * 0.132457011) = 0.73 \text{ (correlación no tan baja)}$$

Correlación ecuaciones 3 y 4

$$\sigma_{3-4} = -0.0412476 / (0.577785427 * 0.132457011) = -0.54 \text{ (correlación baja)}$$