

TRANSFORMACIÓN DE 6 PARAMETROS

$$a1 * X1 + b1 * Y1 + C1 = X'1$$

$$a2 * X1 + b2 * Y2 + C2 = Y'1$$

$$a1 * X2 + b1 * Y2 + C1 = X'2$$

$$a2 * X1 + b2 * Y2 + C2 = Y'2$$

$$a1 * X3 + b1 * Y3 + C1 = X'3$$

$$a2 * X3 + b2 * Y3 + C2 = Y'3$$

$$a1 * X4 + b1 * Y4 + C1 = X'4$$

$$a2 * X4 + b2 * Y4 + C2 = Y'4$$

$$a1 * X5 + b1 * Y5 + C1 = X'5$$

$$a2 * X1 + b2 * Y2 + C2 = Y'5$$

$$a1 * X6 + b1 * Y6 + C1 = X'6$$

$$a2 * X6 + b2 * Y6 + C2 = Y'6$$

La solución a este sistema de ecuaciones se encuentra en forma matricial por medio del sistema de ajuste de mínimos cuadrados, que permiten encontrar los valores más probables de las incógnitas planteadas en el problema, que en este caso corresponden a las seis variables ; $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$.

Las variables antes señaladas corresponden a los parámetros de rotación, traslación, y escala entre los dos sistemas de coordenados que se requieren transformar.

La solución del sistema requiere a lo menos que existan tres puntos comunes entre ambos sistemas.

$$W * A * \Delta = W * L * V$$

W =matriz peso de las observaciones

Transformación de sistemas mediante método de seis parámetros: Ingeniero Matías Saavedra A.

A = matriz coeficiente de los parámetros de transformación

Δ = matriz de los parámetros de transformación

L = matriz de valores X',Y' del sistema a transformar

La solución matricial por mínimos cuadrados es la siguiente:

$$[A^t * W * A] * \Delta = A^t * W * L$$

$$[A^t * W * A] = N$$

$$N * \Delta = A^t * W * L$$

$$\Delta = [A^t * W * A]^{-1} * A^t * W * L$$

Si W = 1

$$\begin{pmatrix} X1 & Y1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X1 & Y1 & 1 \\ X2 & Y2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X2 & Y2 & 1 \\ X3 & Y3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X3 & Y3 & 1 \\ X4 & Y4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X4 & Y4 & 1 \\ X5 & Y5 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X5 & Y5 & 1 \\ X6 & Y6 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X6 & Y6 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} a1 \\ b1 \\ c1 \\ a2 \\ b2 \\ c2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X1 \\ Y1 \\ X2 \\ Y2 \\ X3 \\ Y3 \\ X4 \\ Y4 \\ X5 \\ Y5 \\ X6 \\ Y6 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} vx1 \\ vy1 \\ vx2 \\ vy2 \\ vx3 \\ vy3 \\ vx4 \\ vy4 \\ vx5 \\ vy5 \\ vx6 \\ vy6 \end{pmatrix}$$

Transformación de sistemas mediante método de seis parámetros: Ingeniero Matías Saavedra A.

La precisión del ajuste (considerando $W=1$) quedará determinado por la siguiente Expresión:

$$A^* \Delta - L = v$$

$$S = \pm \sqrt{(v^t v) / r}$$

v = valores residuales

r = Grados de libertad del ajuste

Número de Ecuaciones del Sistema – Número de Ecuaciones mínimas = r

Ejemplo

Se pasa del sistema X, Y al sistema X', Y'

NONBRE	X	Y	X'	Y'
1	1018,77	104,33	1221,04	3633,22
2	1016,6	935,85	2010,36	3597,72
3	2002,35	128,62	1195,02	2701,71
4	2000,99	1043,58	2061,1	2658,2
5	2994,24	99,42	1118,3	1765,28
6	2979,03	1050,87	2018,98	1732,26

$$\begin{array}{cccccc|c}
 1018,77 & 104,33 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1221,04 \\
 0 & 0 & 0 & 1018,77 & 104,33 & 1 & 3633,22 \\
 1016,6 & 935,85 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2010,36 \\
 0 & 0 & 0 & 1016,6 & 935,5 & 1 & 3597,72 \\
 2002,35 & 128,62 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1195,02 \\
 0 & 0 & 0 & 2002,35 & 128,62 & 1 & 2701,71 \\
 2000,99 & 1043,58 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2061,1 \\
 0 & 0 & 0 & 200,99 & 1043,58 & 1 & 2658,2 \\
 2994,24 & 99,42 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1118,3 \\
 0 & 0 & 0 & 2994,24 & 99,42 & 1 & 1765,28 \\
 2979,03 & 1050,87 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2018,98 \\
 0 & 0 & 0 & 2979,03 & 1050,87 & 1 & 1732,26
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 a1 \\
 b1 \\
 c1 \\
 a2 \\
 b2 \\
 c2
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 1221,04 \\
 3633,22 \\
 2010,36 \\
 3597,72 \\
 1195,02 \\
 2701,71 \\
 2061,1 \\
 2658,2 \\
 1118,3 \\
 1765,28 \\
 2018,98 \\
 1732,26
 \end{array}$$

El desarrollo del sistema de mínimos cuadrados, entrega los siguientes valores para los parámetros de transformación:

$a1 = -0,05037812989$ $b1 = 0,9469722758$ $c1 = 1174,2643$
$a2 = -0,946717341$ $b2 = -0,04824170842$ $c2 = 4603,7601$

a1=	-0,05037813
b1=	0,94697228
c1=	1174,2643
a2=	-0,94671734
b2=	-0,04824171
c2=	4603,76012

Nombre	X' transformada	Y' transformada
1	1221,73819	3634,239836
2	2009,2739	3596,180267
3	1195,18923	2701,895803
4	2061,6995	2659,044105
5	1117,56808	1764,264997
6	2019,3311	1732,764995

Delta X't-X'	Delta Y't-Y'
0,70	1,01
-1,09	-1,54
0,17	0,19
0,60	0,84
-0,73	-1,02
0,35	0,50

Las variaciones correspondientes a la comparación entre X't (transformada) y X' entrega variaciones entre 0,35 m a -1,09 metros, en sus puntos más extremos.

En la coordenada Y't (transformada) y la Y', las variaciones se encuentran comprendida entre 0,19 a -1,54 metros, en sus puntos extremos.

Producto de las matrices $A^* \Delta$

1221.73819
3634.23984
2009.2739
3596.19715
1195.18923
2701.89581
2061.6995
2659.04411
1117.56807
1764.265
2019.3311
1732.765

Diferencia de las matrices $A^* \Delta - L = v$ (Valores residuales)

0.70
1.02
-1.09
-1.52
0.17
0.19
0.60
0.84
-0.73
-1.01
0.35
0.50

$$v^t v = 8.10552184$$

$$r = 12 - 6$$

$$r = 6 \text{ (grados de libertad)}$$

S = +/- 1.16 metros, precisión del ajuste